

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

WAGNER DIAS SANTOS

**LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS LIVROS DE ENSINO MÉDIO E A BASE
NACIONAL COMUM CURRICULAR**

RIO DE JANEIRO

2017

WAGNER DIAS SANTOS

**LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS LIVROS DE ENSINO MÉDIO E A BASE
NACIONAL COMUM CURRICULAR**

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, como requisito parcial para obtenção do Grau de MESTRE. Área de Concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof. Dr^a. Luciane de Souza Velasque

RIO DE JANEIRO

2017



Este trabalho está licenciado sob uma Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional. Para visualizar uma cópia desta licença, visite <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

S237 Santos, Wagner Dias
Letramento Estatístico nos livros de Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular / Wagner Dias Santos. -- Rio de Janeiro, 2017.
149 f.

Orientadora: Luciane de Souza Velasque.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2017.

1. Letramento Estatístico. 2. Livro Didático. 3. Ensino Médio. 4. Organização Praxeológica. 5. BNCC. I. Velasque, Luciane de Souza, orient. II. Título.

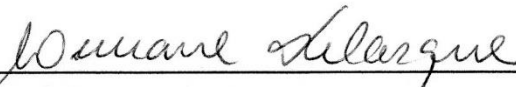
WAGNER DIAS SANTOS

**LETRAMENTO ESTATÍSTICO NOS LIVROS DE ENSINO MÉDIO E A BASE
NACIONAL COMUM CURRICULAR**

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, como requisito parcial para obtenção do Grau de MESTRE. Área de Concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em 22 de Setembro de 2017.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr^a. Luciane de Souza Velasque – Orientadora

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro - UNIRIO



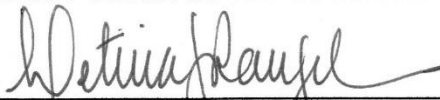
Prof. Dr. Fabio Luiz Borges Simas

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO



Prof. Dr^a. Flávia Maria Pinto Ferreira Landim

Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ



Prof. Dr^a. Leticia Guimarães Rangel

Universidade Federal do Rio de Janeiro - Colégio de Aplicação-CAP-UFRJ

RIO DE JANEIRO

2017

Dedico este trabalho à minha esposa Luciana e à minha filha Luiza por todo amor, apoio e compreensão ao longo da jornada, nos momentos alegres e nas dificuldades. E também aos meus pais e minha irmã, sempre, pelo carinho e incentivo para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, por me sustentar em todos os momentos da minha caminhada até aqui.

À minha esposa Luciana, que sempre me ajudou, acreditando nos meus sonhos, no meu talento e por ser minha companheira em todos os momentos.

À minha amada filha Luiza, que mesmo sem saber, é a razão e uma das minhas maiores inspirações em tudo que faço.

Aos meus pais, Elson e Nazaré, e a minha irmã Daiana, que sempre acreditaram em meu potencial e sempre demonstraram orgulho com minhas conquistas.

Ao amigo Jorge dos Santos Junior, pelo companheirismo, paciência e cooperação durante a trajetória para realização desse trabalho.

À professora Doutora Luciane de Souza Velasque, pela orientação para realização deste trabalho, por toda a paciência e compreensão nos momentos difíceis, pelas contribuições oferecidas para construção desse texto e para minha formação como professor e pesquisador.

Aos amigos de mestrado, Leandro Nascimento e Rafael Costa, que sempre estiveram presentes, dividindo as angústias e alegrias ao longo do curso, além da parceria em trabalhos e eventos.

Ao meu primo, amigo e professor Dr. Fabiano dos Santos Souza, por todo apoio, incentivo e valiosas contribuições compartilhadas que tanto agregaram valor à minha formação.

Aos meus grandes amigos, Bruno e Weverton, que sempre estiveram presentes torcendo por mim e entendendo minha ausência nesse tempo.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática da UNIRIO, pelas contribuições para a minha formação.

Aos professores Doutores Fabio Simas, Flávia Landim e Leticia Rangel, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora.

Aos familiares e amigos por permanecerem com os incentivos a todas minhas atividades, mesmo que para isso minha ausência fosse necessária.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

“Não existe nada mais fatal para a inteligência que o ensino das respostas certas. As escolas deveriam se dedicar menos ao ensino das respostas certas, e mais ao ensino das perguntas inteligentes.” (Rubem Alves)

RESUMO

O presente trabalho é uma dissertação de mestrado em matemática realizado pelo PROFMAT/UNIRIO. Nosso estudo versa sobre a abordagem feita pelos livros didáticos quanto aos conteúdos de Estatística e Probabilidade, como eles possibilitam o desenvolvimento do Letramento Estatístico para os estudantes. Analisamos se alguns livros atuais, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2015 (BRASIL, 2014), atenderiam aos componentes curriculares de acordo com as orientações propostas pela segunda versão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2016), para o ensino médio. O objetivo dessa pesquisa foi identificar elementos para o desenvolvimento do Letramento Estatístico proporcionado pelos livros didáticos aos estudantes. Para isso, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Chevallard (1999). Foram escolhidas as três coleções mais distribuídas em todo território nacional, segundo informações obtidas no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). Fizemos a análise didática e identificamos a organização praxeológica presente nas coleções: *Matemática: Contexto & Aplicações* de Luiz Roberto Dante, *Novo Olhar – Matemática* de Joamir Souza, e *Matemática: Ciência e Aplicações* de Gelson Iezzi et.al.. Após as análises, identificamos os níveis de Letramento Estatístico, compreensão gráfica e tabular proporcionado pelas coleções, de acordo com os níveis propostos, respectivamente, por Watson e Callingham (2003), Curcio (1989) e Wainer (1995). Apontamos como ocorre a transnumeração nas atividades, segundo Wild e Pfannkuch (1999). Como resultados de nossa pesquisa inferimos que as *coleções I e II*, permitem ao aluno atingir o nível *inconsistente* de Letramento Estatístico, enquanto a *coleção III* possibilita o nível *consistente não-crítico*, segundo a classificação estabelecida por Watson e Callingham (2003). Sendo assim, constatamos que as coleções analisadas não possibilitam um pleno desenvolvimento do Letramento Estatístico como estabelecido por Gal(2002). Por fim, evidenciamos algumas lacunas que os livros precisam preencher para que fiquem em consonância com os componentes curriculares propostos pela BNCC.

Palavras-Chave: Letramento Estatístico. Livro Didático. Ensino Médio. Organização Praxeológica. BNCC.

ABSTRACT

The present work is a master's dissertation in mathematics carried out by PROFMAT/UNIRIO. Our study deals with the approach made by the textbooks regarding the contents of Statistics and Probability, how they make possible the development of the Statistical Literacy of students. In addition, we analyzed if the current books, approved by the National Textbooks Program (PNLD) 2015 (BRAZIL, 2014), would attend the curricular components according to the propositions on the second version of the National Curricular Common Base (BNCC) (BRAZIL, 2016) for high school. The objective of this research was to identify elements for the development of the Statistical Literacy provided by the textbooks to the students. For this, we used the Didactic Anthropological Theory (TAD) developed by Chevallard (1999). The three collections most distributed throughout the country were selected, according to information obtained on the website of the National Fund for the Development of Education (FNDE). We did the didactic analysis and identified the praxeological organization present in the collections: *Matemática: Contexto & Aplicações* by Luiz Roberto Dante, *Novo Olhar – Matemática* by Joamir Souza, and *Matemática: Ciência e Aplicações* by Gelson Iezzi et.al.. After the analysis, we identified the levels of Statistical Literacy, and graphical and tabular comprehension provided by the collections, according to the levels proposed by Watson and Callingham (2003), Curcio (1989) and Wainer (1995). We point out how the transnumeration in the activities occurs, according to Wild and Pfannkuch (1999). As a result of our research we infer that *collections I and II* allow students to reach the inconsistent level of Statistical Literacy, while *collection III* provides the consistent non-critical level according to the classification established by Watson and Callingham (2003). Thus, we found out that the analyzed collections do not enable the full development of Statistical Literacy, as established by Gal (2002). Finally, we highlight some gaps that the books need to fill in order to be in line with the curricular components proposed by BNCC.

Keywords: Statistical Literacy. Didactic Book. High School. Praxeological Organization. BNCC.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.....	10
1. APRESENTAÇÃO.....	15
1.1. Justificativa e questões de pesquisa	15
1.2. Objetivos	17
1.2.1. Objetivo Geral	17
1.2.2. Objetivos Específicos	17
2. O LIVRO DIDÁTICO E OS DOCUMENTOS IMPORTANTES	18
2.1. O Livro Didático e sua importância.....	18
2.2. O PNLD e o Guia dos Livros Didáticos.....	20
2.3. Estatística e Probabilidade nos PCN	22
2.4. Estatística e Probabilidade na BNCC	25
3. ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	31
3.1. A Ciência Estatística	31
3.2. Educação Estatística.....	33
4. REFERENCIAL TEÓRICO	36
4.1. Letramento Estatístico.....	36
4.2. Níveis de Letramento Estatístico	39
4.3. Níveis de compreensão Gráfica	41
4.4. Níveis de compreensão Tabular	42
4.5. Transnumeração	43
4.6. Transposição Didática.....	44
4.7. Teoria Antropológica do Didático.....	48
4.8. Organização Praxeológica e Matemática	50
5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	53
6. RESULTADOS.....	55
6.1. Análise da Coleção I: <i>Matemática: Contexto & Aplicações</i>	59
6.1.1. Visão geral da coleção I	59
6.1.2. Análise praxeológica da coleção I	63
6.1.3. Análise didática da coleção I	76
6.2. Análise da Coleção II: <i>Novo Olhar – Matemática</i>	82
6.2.1. Visão geral da coleção II	82
6.2.2. Análise praxeológica da coleção II	86
6.2.3. Análise didática da coleção II	98
6.3. Análise da Coleção III: <i>Matemática: Ciência e Aplicações</i>	103
6.3.1. Visão geral da coleção III	103
6.3.2. Análise praxeológica da coleção III	107
6.3.3. Análise didática da coleção III	131
CONSIDERAÇÕES FINAIS	137
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	144

INTRODUÇÃO

A sociedade brasileira vem se desenvolvendo, e com isso passando por constantes mudanças, não apenas nos aspectos tecnológico, social e econômico, como também na educação de modo geral.

Em especial, o ensino e aprendizagem de Estatística vêm acompanhando essas mudanças, fazendo com que os seus objetivos, as metodologias e os conteúdos a serem aprendidos e ensinados sejam discutidos de maneira intensa e produtiva, por meio de uma área de pesquisa denominada Educação Estatística (EE) (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.10).

Destacamos nos Estados Unidos dois centros de pesquisas pedagógicas relacionados à EE que são a *American Statistics Association (ASA)*¹ que é uma das associações mais antigas do país. Trabalha para liderar a melhoria da EE em todos os níveis e construir uma sociedade estatisticamente alfabetizada. Temos também a *International Association for Statistical Education (IASE)*², que busca promover, apoiar e aperfeiçoar a EE em todos os níveis escolares em todo o mundo.

No Brasil podemos mencionar a Associação Brasileira de Estatística (ABE)³ que possui como maior objetivo, promover o desenvolvimento, a disseminação e a aplicação da Estatística no Brasil e o grupo de trabalho (GT 12)⁴ – Ensino de Probabilidade e Estatística – da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) que possui como principal objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística.

Esses grupos e associações de professores e pesquisadores têm avançado consistentemente na construção de estudos que possam identificar quais são os elementos mais importantes da EE, quais são os aspectos que devem ser valorizados no ensino e na aprendizagem dessa disciplina e quais formas pedagógicas podem contribuir para minimizar os problemas relacionados ao trabalho em sala de aula com a Estatística. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.11).

¹ Disponível em: <<http://www.amstat.org/>>

² Disponível em: <<https://iase-web.org/>>

³ Disponível em: <<http://www.redeabe.org.br/site/>>

⁴ Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-12>>

Os conteúdos de Estatística e Probabilidade fazem parte do currículo educacional nacional desde a década 90, sendo propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997, 1998 e 2000). Destacamos ainda que os conteúdos de Estatística e Probabilidade estão inseridos nas seções “Tratamento da Informação” e “Análise de Dados” nos PCN.

Além disso, nos últimos anos, diversas mudanças para educação nacional foram propostas. Dentre elas, destacamos a construção de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A BNCC, que atualmente está na segunda versão para o ensino médio, publicada em abril de 2016, traz em seu documento indicações que nortearão a prática docente, o ensino e a aprendizagem, bem como a elaboração do material didático. Além disso, influenciará a sua formação, vislumbrando uma melhoria na educação e, conseqüentemente, uma formação mais abrangente para o estudante (BRASIL, 2016).

A Estatística, por se tratar de uma ciência interdisciplinar presente em nosso cotidiano, é, para várias áreas do conhecimento importante para estudo e análise de diversos fenômenos, além de possuir aplicações nos mais variados campos do saber. A pessoa que domina essa ciência é capaz de organizar, interpretar, refletir e tomar decisões mediante informações que lhes são apresentadas.

A luz do que afirmam Gal (2002), Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) e a própria segunda versão da BNCC (BRASIL, 2016), o ensino de Estatística deve ser estabelecido a partir de situações problema oriundas do cotidiano do aluno. Ao professor cabe a responsabilidade de estabelecer uma verdadeira relação entre os temas estudados e a vida diária do estudante. Dessa forma, a motivação para que ele aprenda de forma significativa torna-se mais sensata, possibilitando que o aprendiz seja capaz de interpretar dados e possa tomar decisões em seu dia-a-dia de maneira consciente.

Sabendo que uma das missões do professor na atualidade é atender uma demanda social que anseia pela formação de cidadãos participativos, reflexivos e autônomos, conhecedores de seus direitos e deveres, e levando em consideração a importância do livro didático para o processo de ensino aprendizagem Lajolo (1996) afirma que:

[...] o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares. (LAJOLO, 1996, p. 4).

Sendo assim, nos interessa sobremaneira analisar a forma como os livros didáticos adotados apresentam os conteúdos e estabelecem as sequências de aprendizagem, “uma vez que exercem enorme influência tanto na construção de conhecimentos e práticas docentes, como na construção dos conhecimentos discentes” (COUTINHO, 2016, p. 258).

Coutinho (2016) chama atenção para a escassa quantidade de pesquisas relacionadas à produção de materiais didáticos, a fim de discutir o adequado desenvolvimento do Letramento Estatístico por parte dos estudantes da educação básica.

Para ilustrar a demanda de pesquisas que tratem das práticas docentes em relação ao livro didático, objeto de nossa reflexão nesse texto, citamos Santos (2015), que em uma pesquisa do tipo estado da arte, identificou 258 pesquisas de mestrado acadêmico, mestrado profissional e doutorado no campo da Educação Estatística, concluídas até 2012 (inclusive). Entre essas, teve acesso à 200 delas, a partir das quais elaborou os eixos de análise. Dessas 200, apenas cinco tratam da análise de livros/cadernos didáticos como implementação de currículo, e 26 tratam da atuação/formação de professores que ensinam estatística, probabilidade e combinatória. (COUTINHO, 2016, p.2).

A partir da análise do cenário atual de desenvolvimento e discussões acerca da educação no meio acadêmico, faz-se necessário o empenho em pesquisas para compreender a forma como a Estatística vem sendo abordada nos livros didáticos para a educação básica.

Será que a abordagem dos livros tem proporcionado aos estudantes o pleno conhecimento dos conceitos estatísticos necessários à construção do Letramento Estatístico desejável ao exercício da cidadania, como atesta Gal (2002)?

Diante do exposto e da iminente aprovação da BNCC, decidimos empreender um estudo sobre a segunda versão da BNCC relativa ao ensino médio publicada em abril de 2016.

A presente pesquisa se propõe a analisar três coleções de livros didáticos

aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do ensino médio de 2015 (BRASIL, 2014), no que tange aos conteúdos de Estatística e Probabilidade, escolhidos de acordo com o registro de maior distribuição pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Utilizamos o procedimento de organização praxeológica proposta por Chevallard (1999), verificamos se os livros estão em consonância com as propostas de ensino para o desenvolvimento do Letramento Estatístico de acordo com as capacidades estabelecidas por Gal (2002) e os níveis definidos por Watson e Callingham (2003), além dos níveis de compressão gráfica e tabular propostos, respectivamente, por Curcio (1989) e Wainer (1995), além de identificar como é explorado o processo de transnumeração de acordo com Wild e Pfannkuch (1999).

Este trabalho está organizado em capítulos como segue:

O capítulo 1 apresenta a justificativa do nosso trabalho, bem como as questões norteadoras da pesquisa e os objetivos.

No capítulo 2, ressaltamos a importância do livro didático para o Ensino de Estatística e Probabilidade, o que atestam as recomendações oficiais dos PCN e as orientações propostas pela segunda versão da BNCC, sobre esse eixo temático no ensino médio.

O capítulo 3 apresenta uma visão geral sobre a ciência Estatística e o seu ensino na educação básica.

No capítulo 4, apresentamos todo o nosso referencial teórico.

O capítulo 5 refere-se aos procedimentos metodológicos utilizados em nosso trabalho.

No capítulo 6, apresentamos os resultados de nossa pesquisa com as análises didáticas e praxeológicas dos livros didáticos selecionados.

Finalmente, em nossas considerações finais fazemos uma reflexão diante dos resultados obtidos a partir da análise dos livros didáticos e indicamos possíveis adequações à BNCC.

Ressaltamos que este trabalho foi desenvolvido em conjunto com o trabalho do professor Jorge dos Santos Júnior cujo título é: *Letramento Estatístico nos livros dos anos finais do Ensino Fundamental e a Base Nacional Comum Curricular*.

Em ambos os trabalhos há capítulos comuns, entretanto se diferenciam em função da versão da BNCC, segunda versão para o presente texto, relativo ao ensino médio e terceira versão para o texto do professor Jorge relativo aos anos finais do ensino fundamental.

1. APRESENTAÇÃO

Neste primeiro capítulo do nosso texto apresentamos a justificativa de nossa pesquisa a partir da problemática, bem como as questões norteadoras do trabalho e os seus objetivos.

1.1. Justificativa e questões de pesquisa

A importância da Estatística, devido a sua grande utilização na sociedade, pode ser notada, atualmente, em diversas formas veiculadas pela mídia. Ao ler uma notícia de jornal ou na internet, por exemplo, podemos verificar que faz-se necessário saber ler dados em tabelas e compreender os mais variados tipos de gráficos para entender e avaliar criticamente as informações apresentadas (FRIOLANI, 2007).

Nos currículos dos ensinos fundamental e médio, os conteúdos de Estatística e Probabilidade são destacados pelas recomendações nos PCN e também são apontados pela BNCC. Esses documentos direcionam para a necessidade de preparar e qualificar os estudantes auxiliando-os no desenvolvimento do Letramento Estatístico, possibilitando um exercício da cidadania consciente.

Para alcançar esse objetivo, corroboramos com a posição de Lajolo (1996), Dante (2008), PNLD (BRASIL, 2014) e Coutinho (2016). Esses autores afirmam que o livro didático é um recurso que exerce grande influência no processo, de ensino e de aprendizagem, sendo muitas vezes o principal apoio pedagógico do professor.

Acreditamos que o professor ao escolher um livro didático para trabalhar, deve se preocupar em identificar nele a presença de elementos que permitam o desenvolvimento pleno do Letramento Estatístico nos alunos da educação básica (COUTINHO; SPINA, 2016, p. 2).

A BNCC, no que tange o ensino de Estatística e Probabilidade, está apresentando uma crescente preocupação para que os alunos saibam e compreendam os significados dos conceitos estatísticos. Assim como já é apontado pelos PCN, a proposta da BNCC está dando ênfase aos processos de pesquisa, que visam proporcionar a construção significativa do conhecimento.

Essa construção deve acontecer a partir do envolvimento dos alunos com temas escolhidos por eles para responder a seus questionamentos. É necessário salientar que os temas devem envolver aspectos socioculturais, ambientais ou interdisciplinares, além da construção de relatórios de pesquisas.

Para atender essas demandas, é fundamental que haja o envolvimento da comunidade acadêmica e dos professores da educação básica em pesquisas para compreender e buscar alternativas à seguinte problemática concernente ao ensino de Estatística:

A abordagem dos livros didáticos, aprovados pelo PNLD, tem proporcionado aos estudantes o conhecimento dos conceitos estatísticos necessários à construção do Letramento Estatístico desejável ao exercício da cidadania?

Diante dessa problemática procuramos responder as seguintes questões de pesquisa:

1. Quais as principais características apresentadas nas coleções de livros didáticos do ensino médio, aprovados pelo PNLD 2015, em relação aos conteúdos de Estatística e Probabilidade?
2. A apresentação e abordagem dos conteúdos, juntamente com a organização praxeológica das atividades propostas nos livros didáticos, aprovados pelo PNLD 2015, favorecem o desenvolvimento das habilidades estatísticas propostas por Gal (2002)? Quais níveis de Letramento Estatístico, de acordo com Watson e Callingham (2003), as coleções contemplam?
3. As atividades que envolvem compreensão de gráficos e tabelas possibilitam aos alunos atingirem quais níveis propostos, respectivamente, por Curcio (1989), Wainer (1995)? Como acontece o processo de transnumeração dessas atividades, segundo Wild e Pfannkuch (1999)?
4. Em quais aspectos os livros didáticos deverão ser revistos para que atendam as orientações propostas pela BNCC?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

Identificar qual o nível de Letramento Estatístico presente nos livros didáticos do ensino médio, e se estão de acordo com as recomendações da segunda versão da BNCC.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Verificar as características dos livros didáticos, aprovados pelos PNLD 2015, em relação aos conteúdos de Estatística e Probabilidade;
- Identificar se as atividades contidas nesses livros favorecem o desenvolvimento das habilidades estatísticas propostas por Gal (2002), e quais os níveis de Letramento Estatístico, de acordo com Watson e Callingham (2003), são proporcionados;
- Apontar quais níveis de compreensão gráfica e tabular, respectivamente, estabelecidos por Curcio (1989) e Wainer (1995) as atividades propostas nos livros didáticos possibilitam que os estudantes alcancem, e como acontece a transnumeração, segundo Wild e Pfannkuch (1999);
- Indicar possíveis mudanças que devem ocorrer nas coleções com a implementação da BNCC para atender aos seus pressupostos.

2. O LIVRO DIDÁTICO E OS DOCUMENTOS IMPORTANTES

Neste capítulo iniciamos evidenciando a importância do livro didático no processo de ensino e aprendizagem. Seguimos apresentando o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Guia dos Livros Didáticos. Terminamos o capítulo explicitando as recomendações oficiais dos PCN para o ensino da Estatística e Probabilidade no ensino médio e as orientações propostas pela segunda versão BNCC, para esse eixo de aprendizagem.

2.1. O Livro Didático e sua importância

O livro didático é um importante recurso pedagógico que auxilia no planejamento e desenvolvimento das aulas. Segundo Coutinho (2016), esses livros exercem enormes influências tanto na construção de conhecimentos e práticas docentes, como na construção de conhecimentos discentes.

A afirmação de Coutinho (2016) corrobora com o entendimento de Lajolo (1996) sobre a importância do livro didático no processo de ensino-aprendizagem:

[...] o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares. (LAJOLO, 1996, p. 4).

Ainda segundo Lajolo (1996), o livro didático precisa e deve estar incluído nas políticas educacionais, fazendo assim com que o poder público cumpra sua parte na garantia de educação de qualidade para todos. Pela mesma razão, a sua escolha e utilização precisam ser fundamentadas na competência dos professores que, junto com os alunos, farão uso dele como instrumento de aprendizagem.

Destacamos que o livro didático tem o papel de auxiliar o professor, e não deve ser visto como o único instrumento a ser seguido. Além disso, a partir da sua utilização, os alunos podem se orientar, adquirir condições de ampliar os seus conhecimentos e assim serem ativos no próprio processo de aprendizagem dos conteúdos de uma determinada disciplina, em nosso caso a Estatística.

No entanto, deve ser ressaltado, que o livro didático é um aliado no desenvolvimento do processo de aprendizagem e cabe ao professor avaliar esses conteúdos. Desse modo, tentar aproximá-los à realidade dos seus alunos, com sequências didáticas e atividades que ajudem no desenvolvimento e execução de suas aulas.

Essa ideia corrobora com a afirmação de Dante (2008):

Mesmo que o livro didático de matemática tenha qualidades suficientes que o credenciem para o trabalho de sala de aula, o professor é quem conhece e se relaciona diariamente com seus alunos. Dessa forma, o livro didático deve ser um meio e não o fim em si mesmo. Com base no conhecimento do aluno e no contexto social em que está inserida a escola, o professor modifica, complementa, insere novos problemas, atividades e exercícios àqueles do livro didático. E como se ele fosse reescrevendo o livro didático com seus alunos. (DANTE, 2008, p. 89).

Dante (2008) ainda afirma que:

[...] o ideal é que o livro didático seja mais para inspirar do que para ser rigidamente seguido. E, à medida que o aluno e o professor avançam com o livro, eles o completam, suplementam, reorganizam, recriam, enfim, escrevem e determinam sua própria trajetória de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, como matéria-prima para todos esses desenvolvimentos, o livro didático torna-se essencial. (DANTE, 2008, p. 90).

Ainda que seja notável a grande utilização dos livros didáticos por professores e alunos, as pesquisas divulgadas nessa área indicam que existe uma necessidade de mais estudos sobre produção de materiais didáticos, sobre formação de professores para o ensino dos conteúdos de Estatística e Probabilidade. Assim, será possível desenvolver, adequadamente, o Letramento Estatístico junto aos alunos (COUTINHO, 2016).

Nas escolhas dos livros didáticos, que em grande parte das instituições de ensino são feitas pelos docentes, os envolvidos no processo devem se preocupar com a identificação adequada dos conteúdos e se os mesmos contribuem no processo de ensino e aprendizagem. No caso da Estatística, os docentes devem estar atentos se os conteúdos, como estão apresentados nesses livros, permitem o desenvolvimento satisfatório do Letramento Estatístico por parte dos alunos, conforme apontado por Gal (2002).

Muitas das vezes, a escolha e utilização dos livros didáticos e, principalmente,

a forma de trabalhar com Estatística na educação básica por parte dos professores não acontece de forma tão natural. Isso fica evidenciado em Kataoka et al. (2011):

[...] uma das maiores dificuldades em se trabalhar com Probabilidade e Estatística no ensino fundamental é que professores de Matemática não tiveram, durante o seu processo de formação, uma discussão sob os aspectos relacionados à didática Estatística. Assim, muitas das vezes, apresentam tais conteúdos de forma descontextualizadas, priorizando o uso excessivo de fórmulas, que muitas das vezes não faz sentido para o aluno, opondo-se, desta forma, à exploração de situações que envolvam aproximações, aleatoriedade e estimação. (KATAOKA et al., 2011, p. 236).

Os autores afirmam que, a falta de formação no modo de pensar estatístico gera certo desconforto, por parte dos professores, em relação à abordagem dos assuntos. Salienta, ainda, que é preciso que as comunidades acadêmicas das áreas afins contribuam para a formação dos professores de Matemática para o trabalho da Estatística, principalmente nos aspectos didáticos do ensino. Tais aspectos possibilitam com que os alunos se tornem cidadãos mais letrados estatisticamente.

Dada à importância da Estatística para a sociedade, é possível constatar que é necessário verificar se os livros didáticos utilizados nas instituições de ensino da educação básica contribuem e auxiliam no processo de ensino e aprendizagem, a partir das atividades propostas, para o desenvolvimento do Letramento Estatístico por parte do aluno e, principalmente, na sua formação como cidadão.

2.2. O PNLD e o Guia dos Livros Didáticos

Para facilitar a escolha e favorecer o conhecimento sobre os conteúdos apresentados nos livros didáticos para os professores e gestão escolar, o Ministério da Educação (MEC) regulamentou a oferta e distribuição dos livros didáticos na educação básica pública por meio do PNLD. As coleções ofertadas estão contidas no seu guia.

Esse programa tem como principal objetivo auxiliar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. De acordo com Brasil (2012), o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) adquire e distribui livros para os alunos da educação básica em todo o Brasil. Além disso, destacamos que o programa é executado em ciclos trienais

de forma alternada para, os anos iniciais e finais do ensino fundamental, e para o ensino médio.

De acordo com o site do FNDE (BRASIL, 2012), as coleções de livros didáticos são inscritas pelos detentores de direitos autorais, conforme critérios estabelecidos em edital, e avaliadas por especialistas das diferentes áreas do conhecimento. Se aprovadas, compõem o guia do livro didático que orienta o corpo docente e o corpo diretivo da escola na escolha das coleções para aquela etapa de ensino (Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio).

O guia do livro didático é uma ferramenta primordial para o trabalho pedagógico dos professores na escolha das obras didáticas que melhor os apoiarão na formação de seus alunos da educação básica. O guia possui avaliação dos livros didáticos de Matemática através de resenhas detalhadas em que são apresentadas para cada coleção:

- Visão geral;
- Descrição da obra;
- Análise da obra - composta por: porcentagem de conteúdos matemáticos, metodologia de ensino e aprendizagem, contextualização e formação da cidadania, linguagem e aspectos gráfico-editoriais e manual do professor;
- Em sala de aula – em que são apresentadas propostas de uso de outros tipos de materiais didáticos que ajudam na complementação ao livro.

O objetivo do guia, segundo Brasil (2014), é refletir sobre algumas questões conceituais e de metodologia de ensino e aprendizagem suscitadas pelas análises dos livros aprovados no PNLD.

Tais questões são especialmente relevantes para o ensino de Estatística em quaisquer anos de escolaridade. As discussões desses tópicos visam auxiliar o professor e a equipe gestora das escolas na escolha do livro, bem como contribuir para aperfeiçoar o seu uso em sala de aula.

Analisar livros didáticos aprovados pelo PNLD tem uma importância primordial para o ensino da Estatística, pelo fato de ser uma ferramenta amplamente utilizada nas instituições de ensino da educação básica pública e por ser a partir deste instrumento que muitos professores organizam suas aulas.

Nessa perspectiva, Coutinho (2013) afirma que analisar livros didáticos permite identificar condições didáticas para proporcionar ao estudante o desenvolvimento satisfatório do Letramento Estatístico.

Neste trabalho fizemos a análise das três coleções de livros didáticos do ensino médio – mais distribuídas no país, segundo dados do FNDE – apresentadas no guia de livros didáticos PNLD 2015 (BRASIL, 2014), acerca dos conteúdos de Estatística e Probabilidade. Listamos no quadro a seguir a relação de todas as coleções aprovadas pelo programa nesse ano.

Quadro 1: Relação dos livros didáticos do ensino médio aprovados pelo PNLD 2015.

Coleção	Autores	Editora
Conexões com a Matemática	Fabio Martins de Leonardo	MODERNA
Matemática: Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante	ÁTICA
Matemática – Paiva	Manoel Rodrigues Paiva	MODERNA
Matemática: Ciências e Aplicações	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce David Mauro Degenszajn Roberto Périco Nilze Silveira de Almeida	SARAIVA
Matemática: Ensino Médio	Kátia Cristina Stocco Smole Maria Ignez de Souza Vieira Diniz	SARAIVA
Novo Olhar – Matemática	Joamir Souza	FTD

Fonte: Adaptado de Brasil – Guia dos Livros Didáticos de Matemática (2014)

2.3. Estatística e Probabilidade nos PCN

Na sociedade atual, a Estatística vem sendo reconhecida devido a sua utilidade. Ela está presente em diversas situações do cotidiano, nos mais variados meios de comunicação, de forma contínua, justificando ou ilustrando situações discutidas na atualidade. Nos trabalhos científicos de diferentes áreas de conhecimento, ela é utilizada para apresentar e avaliar resultados. Vale destacar ainda que essa ciência é decisiva para o entendimento de problemas, avaliação das questões propostas e tomada de decisões.

Nossa concepção a respeito da plenitude cidadã de um indivíduo converge para o pensamento de Magalhães (2015), que:

[...] para ser um cidadão pleno no mundo atual, é preciso saber conceitos básicos estatísticos. Entender tabelas e gráficos simples, perceber limitações nas informações numéricas disponíveis sobre os assuntos, compreender a existência da aleatoriedade disponíveis sobre os assuntos, são algumas habilidades que, infelizmente, ainda não são parte do cotidiano da maioria da população. (MAGALHÃES, 2015, p.41).

Dessa forma, a leitura e a interpretação de informações estatísticas exigem cada vez mais do cidadão entendimento contextual e conhecimentos estatísticos que o permitam avaliá-las criticamente e argumentar as suas conclusões, possibilitando, que esse seja letrado estatisticamente (GAL, 2002).

Nessa direção, destacamos a inserção das propostas curriculares de Estatística no Brasil na educação básica. Essa inserção tem acontecido de maneira evolutiva ao longo dos anos em vários documentos, como, por exemplo, nos PCN. Percebemos que essa ação aponta para a importância que o ensino da Estatística possui na formação dos estudantes, para que eles possam atuar na sociedade como cidadãos críticos e reflexivos.

Os PCN foram elaborados para difusão dos princípios da reforma curricular e orientar os professores na busca de novas abordagens e metodologias. A sua implementação, de acordo com o próprio documento, tem por objetivos gerais:

[...] respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e, de outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Com isso, pretende-se criar condições, nas escolas, que permitam aos nossos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. [...] Além disso, orientam os professores quanto ao significado do conhecimento escolar quando contextualizado e quanto à interdisciplinaridade, incentivando o raciocínio e a capacidade de aprender. (BRASIL, 1998, p.5).

Em alguns países, a Estatística passou a fazer parte dos currículos nacionais no ensino fundamental nas décadas de 80 e 90. No Brasil, os conteúdos de Estatística e Probabilidade foram inseridos nas propostas curriculares nacionais de Matemática, no PCN do ensino fundamental em 1997 (1º e 2º ciclos) e 1998 (3º e 4º ciclos) no bloco de conteúdo denominado “Tratamento da Informação”, e no PCN do ensino médio em 1999 e 2002, no eixo denominado “Análise de Dados” (BARBOSA; VELASQUE; SILVA, 2016, p.398).

De uma forma geral, sobre o ensino de Estatística, encontramos nos PCN (BRASIL, 1997) a seguinte afirmação:

A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc. (BRASIL, 1997 p. 25).

Em especial, para o ensino médio, a Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, como:

[...] um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. (BRASIL, 2002, p.126).

Os conteúdos de Estatística e Probabilidade que devem ser abordados no ensino médio, de acordo com PCN+ (BRASIL, 2002) são:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata;
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação;
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas;
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios;
- Decidir sobre a forma mais adequada de organizar números e informações com o objetivo de simplificar cálculos em situações reais envolvendo grande quantidade de dados ou de eventos;
- Identificar regularidades para estabelecer regras e propriedades em processos nos quais se fazem necessários os processos de contagem;
- Identificar dados e relações envolvidas numa situação-problema que envolva o raciocínio combinatório, utilizando os processos de contagem;
- Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos e eventos naturais, científico-tecnológicos ou sociais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados;
- Quantificar e fazer previsões em situações aplicadas a diferentes áreas do conhecimento e da vida cotidiana que envolvam o pensamento probabilístico (BRASIL, 2002, p.127).

Por conseguinte, nos anos finais da educação básica, o ensino médio, almeja-se que o conhecimento matemático e estatístico adquirido e desenvolvido pelo aluno

desde os anos iniciais do ensino fundamental sejam determinantes:

[...] para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico. Contudo, espera-se do aluno nessa fase da escolaridade que ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados. Assim, o tema proposto deve ir além da simples descrição e representação de dados, atingindo a investigação sobre esses dados e a tomada de decisões. (BRASIL, 2002, p.126).

Portanto, constatamos que nos últimos tempos a Estatística e Probabilidade vêm ganhando destaque, pois os seus conhecimentos têm sido exigidos em todos os campos do saber e, principalmente, no cotidiano de qualquer indivíduo. Sendo assim, inovações em propostas curriculares sobre o ensino de Estatística têm gerado um número maior de pesquisas no campo da Educação Estatística(EE).

Ainda percebemos que ultimamente estão surgindo várias propostas de mudanças na educação nacional, dentre elas, a construção de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), visando proporcionar o desenvolvimento intelectual dos estudantes, oferecendo-lhes uma formação educacional de qualidade, respeitando e valorizando as diversidades, colaborando assim para o pleno exercício da cidadania e desenvolvimento integral, além da qualificação para o trabalho.

2.4. Estatística e Probabilidade na BNCC

O governo federal, nos últimos anos, veio realizando uma construção coletiva da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2015, 2016 e 2017) para a educação básica, promovendo discussões por meio de seminários estaduais, pelo Conselho Nacional de Secretários de Educação (CONSED) e pela União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (UNDIME) com a finalidade de entregar ao Ministério da Educação (MEC) uma versão final dessa base. Atualmente, a BNCC está na sua segunda versão para o ensino médio, que foi publicada em abril de 2016 com conclusão prevista para este ano de 2017.

Essa proposta é uma exigência colocada para o sistema educacional brasileiro pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, pelo Plano Nacional de Educação, pelas Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica, e deve se constituir como um avanço na construção da qualidade da educação nacional

(BRASIL, 2016, p. 24). Como fica evidenciado em seu documento:

Uma base comum curricular, documento de caráter normativo, é referência para que as escolas e os sistemas de ensino elaborem seus currículos, constituindo-se instrumento de gestão pedagógica das redes. Para tal, precisa estar articulada a um conjunto de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, que permitam a efetivação de princípios, metas e objetivos em torno dos quais se organiza. (BRASIL, 2016, p. 24).

Em seu documento, a BNCC aponta para questões que nortearão o ensino e a aprendizagem, a prática e, conseqüentemente, a formação docente. Além disso, também servirá de parâmetro para elaboração e reformulação do material didático e dos currículos, bem como uma melhor preparação para avaliações oficiais como ENEM, Prova Brasil, entre outros.

A Base Nacional Comum Curricular, no tocante à Matemática, também se aproxima dos Parâmetros Curriculares Nacionais, tendo em vista que esses documentos visam à construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que todos os estudantes brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite, de fato, sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (BRASIL, 2016, p. 134).

A construção da BNCC tem sido pauta de muitas discussões entre pesquisadores e órgãos competentes da iniciativa pública e privada. Discussões relacionadas a sua necessidade e relevância, principalmente se de fato irá proporcionar um avanço na construção da qualidade da educação nacional.

Segundo Saviani (2016, p. 81), para a “definição da Base Nacional Comum Curricular deve-se considerar com toda a atenção e cuidado o problema do conteúdo da educação a ser desenvolvido no âmbito de todo o sistema de ensino”. O autor afirma ainda, que segundo documentos legais, “a educação tem por finalidade o pleno desenvolvimento da pessoa, o preparo para o exercício da cidadania e a qualificação para o trabalho” (SAVIANI, 2016, p. 81). Contudo, ressalta sua preocupação com as finalidades pelas quais os conteúdos curriculares da educação estão sendo propostos pela BNCC:

Fica claro que tal objetivo não poderá ser atingido com currículos que pretendam conferir competências para a realização das tarefas de certo modo mecânicas e corriqueiras demandadas pela estrutura ocupacional concentrando-se na questão da qualificação profissional e secundarizando o pleno desenvolvimento da pessoa e o preparo para o exercício da cidadania [...]. (SAVIANI, 2016, p. 81-82).

De acordo com Saviani (2016), a organização curricular dos níveis e modalidades de ensino no âmbito do sistema de educação nacional deverá tomar como referência a forma de organização da sociedade atual, assegurando sua plena compreensão por parte de todos os educandos.

O autor afirma que será um grande desafio propor uma organização de currículo que possibilite um pleno desenvolvimento pessoal, qualifique para o trabalho e prepare o indivíduo para o exercício da cidadania.

[...] É preciso operar um giro da formação na direção de uma cultura de base científica que articule, de forma unificada, num complexo compreensivo, as ciências humano-naturais que estão modificando profundamente as formas de vida passando-as pelo crivo da reflexão filosófica e da expressão artística e literária. É este o desafio que o sistema nacional de educação terá de enfrentar. Somente assim será possível, além de qualificar para o trabalho, promover igualmente o pleno desenvolvimento da pessoa e o preparo para o exercício da cidadania. (SAVIANI, 2016, p. 83).

A BNCC organiza os conteúdos da área de Matemática em cinco eixos: Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções (BRASIL, 2016, p.134).

Ressaltamos que os conteúdos de Estatística e Probabilidade, de acordo com os PCN, estavam inseridos nos temas estruturadores de “Tratamento da Informação” e “Análise de Dados”, contudo, na BNCC, tornou-se um dos eixos na área de Matemática.

Uma das inovações da BNCC consiste em sugerir uma organização de conteúdos para cada ano de escolaridade, diferentemente dos PCN que apresentam os conteúdos por blocos, sem especificar os anos de escolaridade que devem ser abordados, em cada segmento da educação básica.

O eixo denominado Estatística e Probabilidade, contido na BNCC, traz em suas propostas uma perspectiva de mudança a partir de uma abordagem dinâmica dos conteúdos estatísticos desde os anos iniciais do ensino fundamental até os anos finais do ensino médio.

Velasque, Silva e Barbosa (2016, p. 2) afirmam que embora as propostas da BNCC sejam um avanço para o ensino da Estatística no país, elas nos remetem a

uma importante reflexão sobre a formação dos professores de Matemática.

Nessa direção Kataoka et al. (2011) chamam atenção para o fato do professor de Matemática ser o responsável por lecionar os conteúdos de Estatística na educação básica, reiterando que muitos deles tiveram pouco ou nenhum contato, durante o seu processo de formação. Sendo assim, não tiveram discussões sobre os aspectos relacionados aos conteúdos e didática para o ensino de Estatística.

Além da prática e a formação docente, não podemos minimizar a importância dos livros didáticos no contexto escolar. Observamos que, com a construção da base, novas perspectivas estão surgindo e outras possibilidades de abordagem de conteúdos estão sendo indicadas em seu documento. Com isso tornar-se-ão inevitáveis às modificações nos livros didáticos para adequação à BNCC.

Na proposta da BNCC (BRASIL, 2016), desde os anos iniciais do ensino fundamental há uma preocupação com alguns pressupostos para construção e desenvolvimento do Letramento Estatístico, como exposto a seguir:

Com relação à Estatística, os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos/as estudantes. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da Estatística na vida cotidiana. Mais que isso, a forma como se podem comunicar dados oriundos de pesquisa e a sua leitura crítica são fundamentais para o pleno exercício da cidadania. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de um texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. (BRASIL, 2016, p.266).

Em todos os níveis da educação básica, a BNCC faz várias indicações para a abordagem dos conceitos estatísticos, de acordo com grau de escolaridade, que em nosso entendimento podemos sintetizar a partir dos seguintes tópicos:

- Compreender os significados e utilizar de forma adequada os conceitos estatísticos, saber em quais situações utilizar as medidas de tendência central (Média, Moda e Mediana) e seus significados;
- Realizar processos de pesquisas envolvendo temas sociais, do cotidiano dos alunos e interdisciplinares, planejar, coletar, organizar, interpretar, analisar e discutir os dados;
- Incentivar a utilização de recursos tecnológicos, como calculadoras, planilhas eletrônicas, *softwares* de esboço de gráficos;

- Utilizar dados reais divulgados por mídias impressas ou eletrônicas para favorecer a discussão, interpretação e conclusões sobre os mesmos.
- Promover a elaboração de relatórios para comunicar dados de uma pesquisa, análise e sua discussão.

Em relação à Estatística e Probabilidade, a segunda versão da BNCC está apontando indicativos que, ao final da educação básica, o estudante tenha tido condições de desenvolver o Letramento Estatístico de forma adequada, tornando-se um cidadão crítico, reflexivo e participativo.

[...] espera-se que os conhecimentos estatísticos, desenvolvidos desde os anos iniciais, tornem os estudantes aptos para analisar criticamente o que se produz e divulga usando as ferramentas e representações típicas dessa área do conhecimento, muitas vezes de forma imprópria. É comum estarmos diante de generalizações equivocadas de resultados de pesquisa, que não fazem uso adequado da amostragem ou não divulgam como os dados foram obtidos. Outras vezes, observa-se o uso de gráficos inadequados (ou adequados para esconder fatos), ou com problemas de escala, ou de proporcionalidade entre as partes. Assim, a Estatística, nessa etapa, deve estar ainda mais voltada para a discussão e investigação, aumentando-se o rigor das análises de resultados de pesquisas, tanto as realizadas pelos estudantes quanto as encontradas nas diversas mídias, o que é fundamental para o exercício de uma cidadania consciente e ativa. (BRASIL, 2016, p.568).

Assim como nos PCN, a BNCC traz em seu documento, componentes curriculares para todos os anos da educação básica. Os componentes curriculares relacionados com os conteúdos de Estatística e Probabilidade para o ensino médio, de acordo com a segunda versão da BNCC, estão apresentados no quadro a seguir.

Quadro 2: Componentes curriculares de Estatística e Probabilidade contidos na segunda versão da BNCC para o ensino médio.

Unidade Curricular	Componentes Curriculares da BNCC
Unidade Curricular I	EM11MT03 – Realizar pesquisas considerando: o planejamento, a discussão (se será censitária ou por amostra), a seleção de amostras, a elaboração e aplicação de instrumentos de coleta, a organização e representação dos dados (incluindo agrupamentos de dados em classe), a construção de gráficos apropriados (incluindo o histograma), a interpretação e a análise crítica apresentadas em relatórios descritivos.
	EM11MT04 – Utilizar a média, a mediana e a amplitude pra descrever, comparar e interpretar dois conjuntos de dados numéricos obtidos nas pesquisas realizadas pelos estudantes, em termos de localização (centro) e dispersão (amplitude).
Unidade Curricular II	EM12MT06 – Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, identificando e descrevendo o espaço amostral por meio de diagramas de árvore e realizando contagem de possibilidades pelo princípio multiplicativo.
Unidade Curricular III	EM13MT05 – Calcular e interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio médio, variância e desvio padrão) para um conjunto de dados numéricos, agrupados ou não, em pesquisas realizadas pelos estudantes ou usando dados de outras fontes com temas envolvendo os temas integradores.
	EM13MT06 – Realizar pesquisas, considerando todas as suas etapas e utilizar as medidas de tendência central e de dispersão para a interpretação dos dados e elaboração de relatórios descritivos.
Unidade Curricular IV	EM14MT03 – Determinar a probabilidade da união de dois eventos, utilizando representações diversas.
	EM14MT04 – Calcular a probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos, com e sem reposição de elementos.
Unidade Curricular V	EM15MT06 – Analisar criticamente os métodos de amostragem em relatórios de pesquisas divulgadas pela mídia e as afirmativas feitas para toda a população baseadas em uma amostra.
	EM15MT07 – Analisar criticamente gráficos de relatórios estatísticos que podem induzir a erro de interpretação do leitor, verificando as escalas utilizadas, a apresentação de frequências relativas na comparação de populações distintas.

Fonte: Brasil (2016, p.570 - 571)

Diante do exposto e dos possíveis impactos que a BNCC trará para a educação básica, decidimos realizar uma pesquisa que visa empreender um estudo sobre a construção do Letramento Estatístico a partir dos livros didáticos, aprovados pelo PNLD 2015, relativo ao ensino médio e relacionar com os conteúdos de Estatística e Probabilidade propostos pela segunda versão da BNCC, relativo a esse segmento de ensino, publicada em abril de 2016.

3. ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste terceiro capítulo do nosso texto apresentamos uma visão geral sobre o ensino de Estatística na educação básica. Inicialmente exibimos a Ciência Estatística para em seguida relatar um pouco da história e objetivos da Educação Estatística (EE) como uma área de pesquisa no Brasil.

3.1. A Ciência Estatística

Nos dias de hoje, cercados de informações por todos os lados, sejam na TV, jornais, revistas, *tablets* ou *smartphones*, falar em Estatística tem se tornado algo bastante comum. Desse modo, ela está presente em várias situações na vida cotidiana do estudante. Por isso, faz-se necessário que eles a compreendam de maneira efetiva, proporcionando assim uma formação cidadã ampla.

No entanto, a Estatística não se resume a gráficos e/ou tabelas, e assim devemos observar inicialmente que ela é definida de várias formas.

Segundo o dicionário on-line de português, *Estatística* está definida como o ramo das matemáticas aplicadas cujos princípios decorrem da teoria das probabilidades e que têm por objeto o estudo, bem como o agrupamento metódico, de séries de fatos ou de dados numéricos.

Para Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p.22), a Estatística é definida como uma ciência que tem o objetivo de desenvolver métodos para coletar, organizar e analisar dados.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013, p.13) destacam que apesar da Estatística ser uma parte da Matemática, principalmente no contexto escolar da educação básica, os conteúdos e valores agregados a essas disciplinas são distintos.

Nessa direção, embora algumas definições estabeleçam a Estatística como parte da Matemática, entendemos que, mesmo que existam interligações entre os conhecimentos estatístico e matemático, eles se diferenciam em muitos aspectos (SOUZA; MENDONÇA; LOPES, 2013, p.124).

Para Lopes (2013, p. 35), Estatística não é Matemática, e sim uma ciência

essencialmente experimental, advindo seus resultados do comportamento dos fenômenos, servindo a Matemática apenas para dar suporte científico.

No site da ENCE⁵ (BRASIL, 2013) encontramos a seguinte definição para Estatística:

[...] é um conjunto de técnicas e métodos de pesquisa e análise de dados que entre outros tópicos envolve o planejamento do experimento a ser realizado, a coleta qualificada dos dados, a inferência, o processamento, a análise e a disseminação das informações.

[...] tem por objetivo fornecer métodos e técnicas para lidarmos, racionalmente, com situações sujeitas a incertezas. (BRASIL, 2013).

Segundo o entendimento de Lopes e D'Ambrosio (2015, p.17), a Estatística é:

[...] uma ciência distinta da Matemática que focaliza os números em contextos que se constituem como dados de um processo investigativo; analisa variáveis e casos, distribuições e variações, bem como o papel da aleatoriedade no design de um estudo e na interpretação de resultados. (LOPES; D'AMBROSIO, 2015, p.17).

As autoras destacam ainda que:

De acordo com Scheaffer (2006), a Estatística busca entender, medir e descrever processos do mundo real, e a Matemática enfatiza o raciocínio lógico, padrões e otimização. Isso evidencia o quanto o raciocínio estatístico é diferente do raciocínio matemático. (LOPES; D'AMBROSIO, 2015, p.17).

Apresentamos também as definições de Estatística encontradas nas coleções de livros didáticos de ensino médio analisadas neste trabalho, como segue:

“Estatística é considerada um ramo da matemática aplicada.” (DANTE, 2013, v.3, p.30)

“A estatística é um ramo da Matemática que visa, entre outros objetivos, coletar, organizar e apresentar dados relacionados a algum fato ou acontecimento.” (SOUZA, 2013, v.3, p.10)

Após analisarmos essas definições, entendemos que os livros analisados definem Estatística equivocadamente, ao chamá-la de ramo da matemática. Concebemos a Estatística como uma ciência interdisciplinar cujos objetos de estudo

⁵Escola Nacional de Ciências Estatísticas

são métodos para coleta, organização, análise e interpretação de dados, que podem ser apresentados de diversas formas, bem como na obtenção de conclusões válidas e na orientação para tomada de decisões futuras.

Vale ressaltar ainda que pode ser dividida em duas importantes áreas de atuação: a Estatística Descritiva que trata da coleta, organização, descrição e apresentação dos dados e a Estatística Indutiva ou Inferencial que interpreta e analisa dados a partir de amostras para gerar conclusões acerca da população estudada.

3.2. Educação Estatística

A Educação Estatística (EE) é uma área de pesquisa que vem se desenvolvendo desde a década de 70 para investigar meios de sanar as dificuldades encontradas por professores, ao ensinar seus conceitos e procedimentos aos usuários de Estatística, nos cursos de ensino superior, como atesta Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p.22).

A partir de meados da década de 90, as investigações no campo da EE se intensificaram e passaram a apresentar um foco mais voltado para métodos de ensino e aprendizagem, conforme destacam Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013, p.10).

No Brasil, a partir dos anos 2000, diversos grupos de pesquisa foram criados com objetivo de discutir e refletir sobre as práticas pedagógicas de como ensinar os conteúdos de Estatística na educação básica. Esses grupos em suas publicações, segundo os autores, sugerem que os alunos devam atingir METAS no estudo de Estatística.

Algumas dessas METAS são apontadas por Garfield e Gal (1999), citadas por Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013). Elas têm o intuito de fazer o aluno:

- Entender o propósito e a lógica das investigações estatísticas;
- Entender o processo de investigação estatística;
- Dominar as habilidades usadas nos processos de investigação estatística;
- Entender as relações matemáticas presentes nos conceitos estatísticos;
- Entender a probabilidade, a chance, a incerteza, os modelos e a simulação;

- Desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar;
- Desenvolver habilidades para se comunicar estatisticamente, usando corretamente a sua terminologia; (GAL; GARFIELD, 1999, apud CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.14-15).

Além disso, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) acrescentam outras METAS:

- Desenvolver habilidades colaborativas e cooperativas para trabalhos em equipe;
- Desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadão e como profissional;
- Desenvolver hábitos de questionamento dos valores, grandezas, dados e informações. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.15).

Entendemos que a EE deve dar ênfase às questões práticas problematizadas pelos estudantes a partir do seu dia a dia, fazendo com que eles, a partir da mediação do professor, possam desenvolver habilidades e competências para lidar com as situações diárias para o exercício de sua cidadania.

A partir desse pressuposto, os autores destacam como principais objetivos da Educação Estatística:

- Promover o entendimento e o avanço da EE e de seus assuntos correlacionados;
- Fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da Estatística;
- Melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- Estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina;
- Auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- Sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em METAS estabelecidas e em COMPETÊNCIAS a serem desenvolvidas;
- Valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.12).

Para Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p. 22-23) na Educação Estatística:

[...] o envolvimento de aspectos cognitivos e afetivos relativos ao processo de ensino e aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, tendo como objetivo o desenvolvimento do Letramento Estatístico. (CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010, p. 22-23).

Portanto, em linhas gerais, concebemos a Educação Estatística como uma área de pesquisa que estuda e busca compreender como professores e alunos ensinam e aprendem a Estatística.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

Sabemos que Educação Estatística é uma área de pesquisa preocupada em estudar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos relativos à Estatística e Probabilidade tanto na educação básica como no ensino superior, tendo como o objetivo principal, a partir dos trabalhos produzidos, indicar caminhos para que os professores que atuam com esses conteúdos, em suas aulas, possam contribuir com o desenvolvimento do Letramento Estatístico para os estudantes.

Para isso identificamos, nos livros didáticos, as habilidades necessárias para o desenvolvimento do Letramento Estatístico proposto por GAL (2002) e os níveis definidos por Watson e Callingham (2003), além dos níveis de compreensão gráfica e tabular propostos, respectivamente, Curcio (1989) e Wainer (1995). Além disso, indicamos como a transnumeração ocorre nas atividades, de acordo com Wild e Pfannkuch (1999).

Dentro desta perspectiva, existem vários referenciais teóricos que têm sido utilizados para pesquisar e buscar compreender o processo de ensino e aprendizagem. Dentre eles, destacamos e utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard (1999), que é uma extensão da Transposição Didática (TD), desenvolvida pelo mesmo autor, por se tratar de uma teoria que percorre o caminho dos saberes escolares de forma detalhada e analítica. Ademais, a TAD é utilizada por muitos pesquisadores no Brasil (ZANARDI, KNEUBIL e PEREIRA, 2016, p.604).

4.1. Letramento Estatístico

Letramento é uma tradução para o português da palavra inglesa *literacy*, que também pode ser traduzida como *literacia*, no entanto essa tradução não consta em nossos dicionários. Para Soares (2012, p.18), “Letramento é, pois, o resultado de ensinar ou de aprender a ler e escrever: o estado ou a condição que adquire um grupo social ou um indivíduo como consequência de apropriar-se da escrita”.

A autora aponta algumas possibilidades de utilização da palavra Letramento. A

que mais se aproxima da nossa concepção indica que “Letramento é informar-se através da leitura, é buscar notícias e lazer os jornais, é interagir com a imprensa diária, fazer uso dela, selecionando o que desperta interesse [...]” (SOARES, 2012, p.42).

Apesar da palavra *literacia* não constar em nossos dicionários, observamos que é sinônimo da palavra Letramento. Nesse contexto, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013, p.44) definem Literacia Estatística ou Letramento Estatístico como:

[...] a habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias, sendo capaz de pensar criticamente sobre elas. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.44).

Segundo Garfield (1998, apud CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p.24), a Literacia Estatística é “o entendimento da linguagem estatística, ou seja, sua terminologia, símbolos e termos, a habilidade em interpretar gráficos e tabelas, em entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias”.

Para Coutinho (2016), Letramento Estatístico consiste no desenvolvimento de habilidades que permitam organizar dados, construir e exibir tabelas, e trabalhar com diferentes representações dos dados, bem como habilidades de leitura, interpretação e análise de tais representações.

Em nossa pesquisa, adotaremos a concepção que Letramento Estatístico pode ser definido como a capacidade de ler, interpretar, avaliar criticamente e comunicar sobre informações estatísticas (GAL, 2002).

Com a intenção de promover uma reflexão acerca do desenvolvimento do Letramento Estatístico a partir do processo de ensino e aprendizagem, a Associação Brasileira de Estatística (ABE) em 2015, publicou um documento que aponta para uma metodologia de ensino em espiral, em que as etapas de Planejamento (P), Análise (A) e Conclusão (C) devem-se fazer presentes no processo para favorecer que os estudantes alcancem uma aprendizagem significativa⁶ (BARBOSA; VELASQUE; SILVA, 2016, p.398).

⁶Entende-se por aprendizagem significativa quando o conteúdo ensinado é apropriado à estrutura de conhecimento do educando e assim constrói significado entre o conteúdo aprendido e o seu conhecimento prévio conforme aponta (AUSUBEL, 1982).

Podemos compreender o desenvolvimento do Letramento Estatístico, segundo Gal (2002) a partir de dois componentes inter-relacionados:

(a) capacidade das pessoas de interpretar informações estatísticas criticamente, analisar os dados relacionados com os argumentos ou fenômenos estocásticos, que podem se apresentar em diversos contextos, e quando relevante, (b) a capacidade das pessoas para discutir ou comunicar suas reações para tais informações estatísticas, tais como, seus entendimentos do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações da informação, ou suas preocupações quanto a aceitabilidade de determinadas conclusões fornecidas. (GAL, 2002, p.3).

Ainda, de acordo com Gal (2002), para que uma pessoa seja considerada letrada estatisticamente, é necessário demonstrar as seguintes capacidades relativas ao primeiro componente:

- Ter conhecimento do porque os dados são necessários e como podem ser produzidos;
- A familiaridade com os termos e conceitos básicos relacionados à estatística descritiva;
- A familiaridade com os termos e conceitos básicos relacionados às representações gráficas e tabulares;
- Compreender noções básicas de probabilidade;
- Entender como o processo inferencial é alcançado (GAL, 2002, p.10).

Ademais, com relação ao segundo componente, é necessário que o estudante demonstre capacidade para exibir uma postura crítica para utilizar as informações de acordo com suas crenças e valores.

Desse modo, para uma pessoa adulta ser considerada letrada estatisticamente, a partir dos aspectos inter-relacionados e das capacidades apresentadas por Gal (2002), ela deve ser capaz de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, a partir do agrupamento de dados e fenômenos em determinado contexto. Deve ainda ter a capacidade de discutir e expressar seu entendimento sobre essas informações, bem como emitir opiniões e analisar criticamente as conclusões obtidas com base em suas percepções (SÁ, 2015, p. 31).

Corroboramos com Pereira e Souza (2016, p. 1325) sobre os requisitos necessários para que os indivíduos sejam letrados estatisticamente.

[...] concebemos que um indivíduo é letrado estatisticamente quando ele possui a capacidade e habilidade de ler, avaliar, interpretar e apresentar suas ideias criticamente das informações estatísticas apresentadas, realizando

suas respectivas ponderações de suas conclusões, auxiliando-o na tomadas de decisões de modo consciente. (PEREIRA; SOUZA, 2016, p.1325).

Tendo em vista que um dos objetivos do ensino de Estatística é a promoção do Letramento Estatístico, é importante entendermos quais são os níveis de Letramento que um estudante pode alcançar.

4.2. Níveis de Letramento Estatístico

Shamos (1995, apud SIMONE NETO, 2008) propõe um modelo para Letramento Estatístico que é baseado em três níveis, como indicamos a seguir:

- **Nível Cultural:** refere-se às pessoas que compreendem termos básicos utilizados no nosso cotidiano pelos meios de comunicação, referentes a assuntos relacionados à ciência;
- **Nível Funcional:** refere-se às pessoas que desenvolvem capacidades de conversar, ler e escrever informações, utilizando termos científicos coerentes;
- **Nível Científico:** refere-se às pessoas que desenvolvem capacidades de lidar com conhecimentos científicos de esquemas conceituais primordiais ou de teorias que fundamentam a ciência aliada à compreensão dos processos científicos e investigativos, mobilizados na resolução de situações-problema. (SIMONE NETO, 2008, p.42).

Diante destes níveis, podemos afirmar que o estudante se encontra no nível cultural quando é capaz de ler e interpretar informações que sejam apresentadas em tabelas ou gráficos.

Se, além de ler e interpretar informações contidas em tais representações, o estudante tem a capacidade de identificar e considerar a variação na análise dos dados, o mesmo se encontra no nível funcional.

Quando além das habilidades mencionadas anteriormente, o estudante for capaz de analisar criticamente e fazer previsões ou inferências sobre as informações apresentadas em diversas representações gráficas, tabulares ou mídias, ele se encontra no nível científico.

No entanto, em nosso trabalho utilizamos o modelo de níveis de Letramento Estatístico estabelecido por Watson e Callingham (2003). Pois, de acordo com Silva (2007), Sá (2015) e Pereira e Souza (2016), o modelo proposto por eles é mais

abrangente, ao se basear em uma estrutura composta por seis níveis, como apresentamos no quadro a seguir:

Quadro 3: Níveis de Letramento Estatístico segundo Watson e Callingham(2003).

Níveis	Descrição
Idiossincrático	O aluno demonstra uma habilidade matemática básica associada com a leitura e contagem (um a um) de valores em uma tabela, mas não consegue usar uma terminologia simples.
Informal	O aluno demonstra conseguir usar elementos simples da terminologia, faz cálculos básicos a partir de tabelas e gráficos.
Inconsistente	O aluno demonstra usar as ideias de estatística e conseguir obter algumas conclusões sem justificativas.
Consistente não crítico	O aluno demonstra possuir habilidade estatística associada com a média, probabilidade simples, variação e interpretação gráfica.
Crítico	O aluno demonstra ser capaz de desenvolver uma postura crítica, fazer questionamentos em alguns contextos, usar a terminologia apropriada e interpretar quantitativamente.
Matematicamente Crítico	O aluno demonstra possuir habilidade matemática sofisticada para realizar muitas tarefas, desenvolver uma postura crítica, fazer interpretações e questionamentos.

Fonte: Watson; Callingham (2003, apud PEREIRA; SOUZA, 2016, p. 1324).

De acordo com esse quadro de níveis, o estudante evolui gradativamente à medida que se apropria dos conhecimentos estatísticos. Dessa forma, ao alcançar o nível matematicamente crítico, ele será capaz de questionar as informações contidas nos dados apresentados de forma crítica (PEREIRA; SOUZA, 2016, p. 1324).

Ainda sob esse aspecto, entendemos que ter uma base sólida de conhecimentos estatísticos na atualidade é necessário para que possamos exercer uma cidadania crítica, reflexiva e participativa, bem como imprescindível para tomada de decisões, sejam elas individuais ou em grupo (LOPES, 2010, p.53).

Ademais, existem outros estudos relevantes concernentes ao desenvolvimento do Letramento Estatístico, no que tange aos níveis de leitura e interpretação de gráficos e tabelas como atesta Gal (2002) citado por Sá (2015):

O autor ressalta que é esperado de um cidadão que ele possa realizar a leitura dos dados apresentados nos gráficos e tabelas além de estar familiarizado com os tipos de gráficos que possam ser utilizados em cada caso, para que não haja uma distorção e manipulação dos resultados finais. Gal (2002) enfatiza que é esperado que um cidadão, em um determinado nível, possa fazer a leitura entre os dados e além dos dados, apresentando a

capacidade de ir além de um ponto específico do gráfico, fazendo uma projeção para os padrões globais que o assunto aborde. O autor diz que gráficos e tabelas podem ser criados intencionalmente para enganar ou manipular uma informação. (GAL, 2002 apud SÁ, 2015, p. 30).

Mediante ao que foi mencionado, optamos por determinar qual é o nível de compreensão de leitura de gráficos e tabelas que as questões dos livros didáticos aprovados pelo PNLD exigem dos alunos. Para tal, utilizamos os níveis diferenciados de compreensão da leitura de gráficos de Curcio (1989) e os níveis de compreensão para a leitura e interpretação de tabelas de Wainer (1995).

4.3. Níveis de compreensão Gráfica

As informações apresentadas em gráficos podem influenciar em tomadas de decisões importantes no cotidiano das pessoas. Entendemos que é de grande importância para um cidadão ter a capacidade de ler e interpretar informações apresentadas em diversas formas de representação gráfica.

A leitura e a interpretação de gráficos é fundamental para que as pessoas tenham bom conhecimento e compreensão dos mesmos, a fim de conseguir gerenciar suas percepções, uma vez que muitas informações são passadas e conclusões são tomadas a partir desse tipo de representação.

Tomaremos como base para análise de níveis de compreensão e leitura de gráficos, as definições de Curcio (1989) que estabelece três níveis diferenciados para a compreensão gráfica, citado por Gay (2008, p.25).

- **Leitura dos dados:** este nível de compreensão requer uma leitura literal dos gráficos. Neste nível, o leitor deverá ser capaz, apenas, de identificar os fatos explicitamente atestados no gráfico, isto é, as informações que estão nas etiquetas dos eixos. Uma tarefa que requer este tipo de compreensão é uma tarefa de nível cognitivo muito baixo;
- **Leitura entre os dados:** este nível de compreensão inclui uma interpretação e uma integração dos dados do gráfico. Neste nível, o leitor deverá ser capaz de comparar quantidades; dizer, por exemplo, se “é maior que” ou se “é mais baixo que” e de usar outros conceitos matemáticos e habilidades, por exemplo: adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo os dados do gráfico. O nível cognitivo de uma tarefa que exige esse tipo de compreensão é mais alto do que o das atividades que requerem apenas uma *leitura de dados*;
- **Leitura além dos dados:** este nível de compreensão requer uma previsão ou inferência a partir dos dados do gráfico e de outras informações, que não estejam refletidas diretamente no gráfico, mas que pertençam, por

exemplo, à memória do leitor. Neste nível, a inferência do leitor deve ir além dos dados do gráfico, isto é, deve ser realizada com base em dados da cabeça do leitor que são seus conhecimentos e experiências prévias. (CURCIO, 1989, apud GAY, 2008, p.25).

De acordo com esta classificação, se os livros didáticos possuírem atividades envolvendo gráficos com um nível de compreensão além dos dados, estarão promovendo um bom Letramento Estatístico para o estudante.

4.4. Níveis de compreensão Tabular

Em relação à leitura, compreensão e interpretação de tabelas, como já acontece com a compreensão gráfica, as representações tabulares estão presentes constantemente em jornais, revistas e nas mais diversas formas de mídia impressas ou *on-line*.

Para analisarmos os níveis de compreensão e interpretação de tabelas, utilizaremos os níveis elementar, intermediário e avançado propostos por Wainer (1995) e citado por Goulart e Coutinho (2015) como segue:

- **Nível elementar:** neste nível, o indivíduo tem a capacidade de extrair dados pontuais da tabela, sem exigir qualquer comparação ou análise dos mesmos;
- **Nível intermediário:** neste nível o indivíduo tem que descobrir quais são as relações existentes entre os dados que são apresentados na tabela;
- **Nível avançado:** há o envolvimento de uma compreensão mais ampla da estrutura dos dados apresentados na tabela, geralmente comparando tendências e analisando relações implícitas na tabela. (WAINER, 1995, apud GOULART; COUTINHO, 2015, p.149).

Para atingir os níveis mais elevados do desenvolvimento do Letramento Estatístico propostos por Watson e Callingham (2003), crítico e matematicamente crítico, caminhamos na direção da hipótese feita por Goulart e Coutinho (2015). Esses autores afirmam que para o aluno atingir os mais altos níveis de Letramento Estatístico, é necessário atingir o nível de leitura além dos dados, proposto por Curcio (1989), para a compreensão e leitura de gráficos, bem como o nível avançado para a compreensão e leitura de tabelas proposto por Wainer (1995).

4.5. Transnumeração

A transnumeração, de acordo com Wild e Pfannkuch (1999), é vista como fundamental em uma abordagem estatística. Ela consiste em modificar as representações das informações apresentadas com o objetivo de facilitar a compreensão dos dados.

Segundo Wild e Pfannkuch (apud MORAIS, 2006), a transnumeração acontece no momento em que se encontram maneiras de tratar dados, através de medições ou classificações, em que coletam elementos significantes na realidade.

A transnumeração se faz presente nas análises estatísticas de dados e ocorre quando transformamos a maneira de observar os elementos, com o intuito de obter uma nova representação ou significado. Tem-se como exemplo a representação de informações contidas em uma tabela por meio de um gráfico de colunas.

Wild e Pfannkuch (apud MORAIS, 2006) propõem três tipos de transnumeração:

1. A transnumeração obtida a partir da medida que captura as qualidades ou características do mundo real;
2. Aquela que ao passar dos dados brutos a uma representação tabular ou gráfica permita significá-los;
3. A transnumeração que comunica este significado que surge dos dados, de forma que seja compreensível a outros. (WILD; PFANNKUCH, 1999, apud MORAIS, 2006, p. 33).

As características dos processos de transnumeração podem auxiliar o aluno a refletir sobre organização e representação dos dados, juntamente com a compreensão, interpretação e análise dos mesmos. Tais características são capazes de levar o estudante a refletir e selecionar entre as possíveis representações, a que seja adequada aos dados e ao contexto que estão inseridas.

Esse pensamento permite que o aluno raciocine sobre as representações dos dados, compreendendo-os, interpretando-os, analisando-os a partir dos registros, de modo a escolher, dentre as representações, a mais adequada aos dados e ao contexto proposto. (MORAIS, 2006, p. 33-34).

Acreditamos que os livros didáticos, ao explorarem a utilização da transnumeração em suas atividades, estarão possibilitando o desenvolvimento das capacidades necessárias à construção do Letramento Estatístico, uma vez que os

elementos da transnumeração se assemelham aos do Letramento Estatístico, proposto por Gal (2002), como atesta Morais (2006):

Esses componentes propostos por Wild e Pfannkuch correspondem aos elementos mencionados pela ASA (American Statistical Association) na formação do pensamento específico e, apresentam elementos similares ao proposto por Gal (2002). (MORAIS, 2006, p.33)

Diante disso, entendemos ser fundamental que as atividades contidas nos livros didáticos desenvolvam essa habilidade proposta por Wild e Pfannkuch (1999).

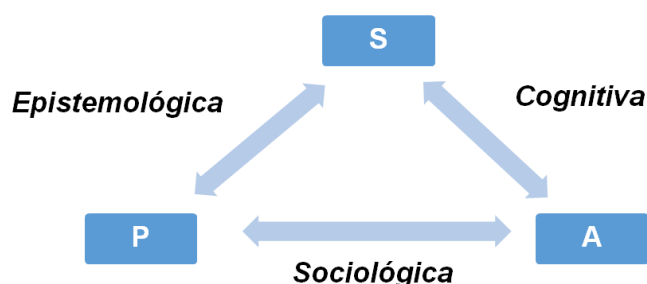
4.6. Transposição Didática

Todo processo de ensino-aprendizagem estabelece uma relação entre os elementos, professor (P), aluno (A) e saber (S). Para Zanardi, Kneubil e Pereira (2016, p.602-603) existem três dimensões relacionais entre eles, que são:

- Cognitiva - entre o aluno e o saber;
- Epistemológica - entre o professor e o saber;
- Sociológica - entre o professor e o aluno.

Essas relações são apresentadas na figura a seguir:

Figura 1: Elementos centrais da relação didática



Fonte: Zanardi; Kneubil; Pereira (2016, p.603)

A partir dessa relação entre professor-aluno-saber, Chevallard (1991) analisa em sua Teoria da Transposição Didática, o percurso epistemológico do saber desde a sua origem até a sala de aula (ZANARDI, KNEUBIL e PEREIRA, 2016, p.603).

Com isso, faz-se necessário esclarecer que existem três tipos de saberes que são interligados e transformados a partir da Transposição Didática (TD). De acordo com Friolani (2007), esses saberes podem ser entendidos como:

Saber sábio: é a produção científica resultante de uma pesquisa, porém, sem expor o processo de desenvolvimento do conceito em questão, nem o problema que gerou a pesquisa.

Saber a ensinar: é aquele que o professor escolhe para ensinar e está presente no currículo e nos manuais escolares. É geralmente adaptado pelos professores em aula, de modo que exista uma transposição (interna à instituição) entre o saber a ensinar e o saber efetivamente ensinado em aula.

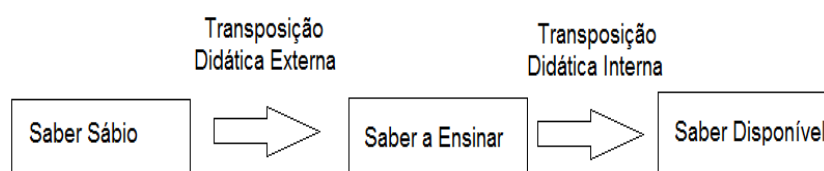
Saber disponível (saber do aluno): é o saber aprendido, construído pelo aluno e que pode ser usado como ferramenta para novas aprendizagens. (FRIOLANI, 2007, p.52).

Dessa forma o saber sábio (ou saber científico) é transformado em saber a ensinar por meio de uma transposição didática externa, por acontecer fora da sala de aula.

Posteriormente, o saber a ensinar é apresentado nos livros didáticos, para que juntamente com a ajuda dos professores, seja adaptado e transformado em saber disponível ao aluno, por meio de uma transposição didática interna. Isso porque acontece dentro da sala de aula através da interação direta entre professor e aluno.

Essa relação pode ser representada pela figura a seguir:

Figura 2: Relação entre os saberes a partir das Transposições Didáticas



Fonte: Autor (2017)

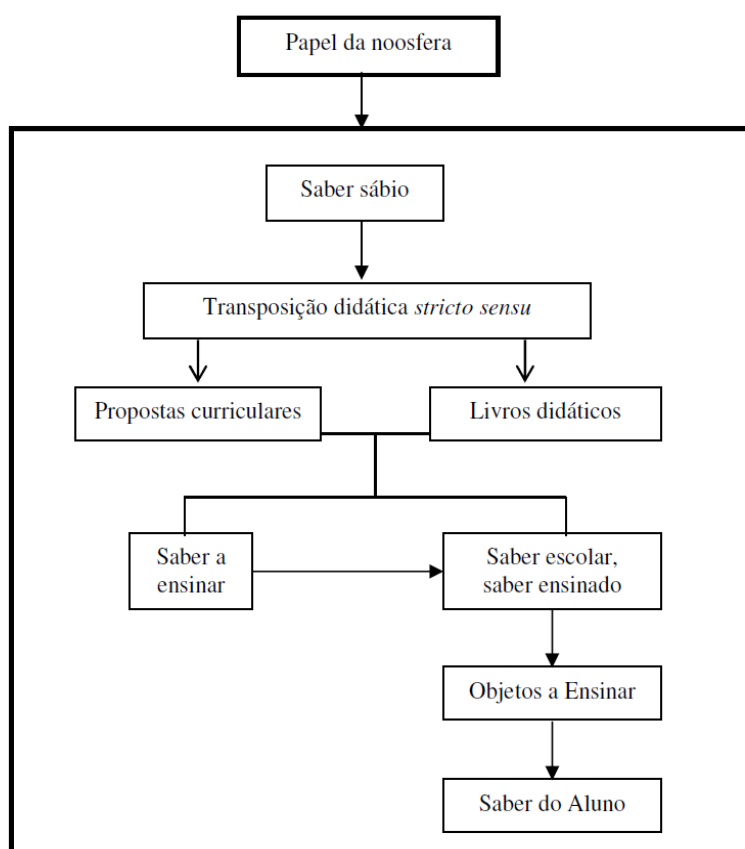
Portanto, em linhas gerais a Transposição Didática pode ser entendida como a transformação do saber científico em saber escolar. De acordo com Chevallard (1991), a TD refere-se ao conjunto de mecanismos gerais que possibilitam o processo da passagem de um objeto de saber científico a um objeto de ensino escolar da educação básica.

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os “objetos de ensino”. O “trabalho, que de um objeto de saber ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática”. (CHEVALLARD, 1991, p. 39, apud SIMONE NETO, 2008, p.35).

Após esses esclarecimentos, concebemos a Transposição Didática como um conjunto de ações transformadoras e adaptativas que tornam um saber sábio (científico) em saber a ensinar.

Friolani (2007) em seu trabalho aponta que a Transposição Didática pode ser ilustrada através do esquema abaixo:

Figura 3: Relação dos saberes na Noosfera



Fonte: Friolani (2007, p. 51)

Observando o esquema, notamos a presença dos termos *noosfera*, *saber escolar*, *saber ensinado* e *objetos a ensinar* que definiremos a seguir.

Noosfera, para Chevallard citado por Gay (2015), é o lugar onde o saber sábio

é manipulado e transformado para fins de ensino.

Os termos saber escolar, saber ensinado e objetos a ensinar são definidos por Simone Neto (2008), como:

Saber escolar: é o conjunto de conhecimentos que devem ser ensinado aos alunos. Por exemplo: transformar dados brutos em uma tabela de distribuição de frequência, utilizar uma tabela de distribuição de frequências para a construção de gráficos, retirar os dados de tabelas de distribuição de frequências e gráficos para a composição de medidas de resumo (medidas de tendência central e medidas de dispersão).

Saber ensinado: está ligado ao plano de aula desenvolvido pelo professor que não necessariamente é o mesmo previsto nos programas oficiais. Por exemplo: o professor pode propor o uso de uma planilha eletrônica para o tratamento de dados que será utilizada pelos alunos para a construção de tabelas e gráficos e determinação de medidas de resumo.

Objetos a ensinar: são os conhecimentos determinados pelos programas oficiais necessários à formação do aluno. Por exemplo: o PCNEM (1999) sugere que o aluno ao término do ensino básico deve estar apto a selecionar, analisar e interpretar informações obtidas no seu cotidiano ou provenientes da sociedade em que vive para possíveis tomadas de decisões (SIMONE NETO, 2008, p. 36-37).

A Transposição Didática acontece entre o saber a ensinar e o saber disponível, além do trabalho do professor, a partir da utilização do livro didático. De acordo com a proposta do nosso trabalho em analisá-los, corroboramos com a ideia de Gay (2015) quando afirma que o livro didático, em conjunto com a ação do professor, desempenha um papel determinante no resultado final do processo de ensino e aprendizagem para o estudante.

Nessa perspectiva, fica evidente que na escola, para que o saber escolar possa se constituir em saber disponível, é primordial que a Transposição Didática ocorra de forma satisfatória. A fim de que isso aconteça, é necessário que haja coerência entre o livro didático, a metodologia de ensino, a proposta pedagógica da instituição de ensino e os documentos oficiais, como os PCN e, futuramente, a BNCC.

Com esse intuito, Friolani (2007) salienta que o saber escolar que é encontrado nos livros deverá ser apresentado através de atividades que tornem os conteúdos significativos para o aluno, ou seja, que tenham utilidade e façam sentido na sua vida cotidiana. Dessa forma, proporcionará uma aprendizagem efetiva ao estudante.

Como o objetivo deste trabalho é a análise dos conteúdos de Estatística e Probabilidade dos livros didáticos, a Transposição Didática tem um papel importante. Por meio dela, podemos identificar se os livros provêm condições para que ocorra de

forma adequada à transformação do saber escolar em saber disponível.

Com o propósito de embasar as análises dos livros didáticos, utilizamos a Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1999). Sobre essa teoria falaremos em seguida.

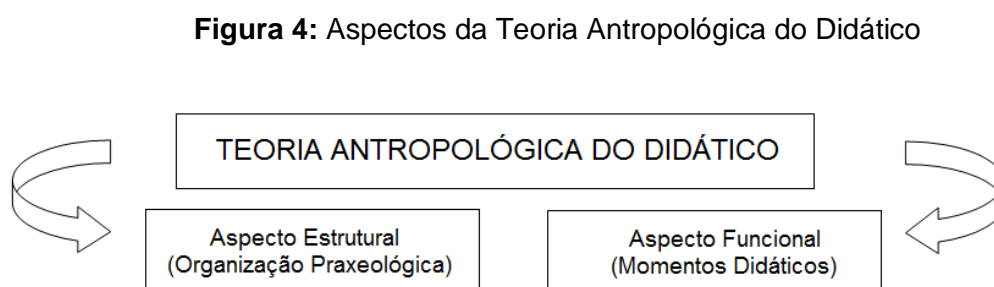
4.7. Teoria Antropológica do Didático

As análises de livros didáticos que fizemos têm como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Chevallard (1999).

A TAD estabelece um modelo de análise observando todas as atividades humanas presentes no processo de ensino e aprendizagem, a partir da teoria e da prática. Essas atividades referem-se a teoria *logos*, relativa ao saber e a prática, *práxis*, relativa ao saber-fazer (ZANARDI; KNEUBIL; PEREIRA, 2016, p.604).

De acordo com Chevallard (1999), a teoria antropológica do didático estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações matemáticas. Um motivo para a utilização do termo “antropológica” é que essa teoria situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Conforme seu postulado base, toda atividade humana regularmente realizada pode ser descrita com um modelo único que se resume aqui na palavra praxeologia. (COUTINHO; SPINA, 2016, p.3).

A TAD pode ser vista e entendida a partir de dois aspectos: *estrutural* (organização praxeológica) e *funcional* (momentos didáticos), como ilustramos no esquema a seguir:



Fonte: Autor (2017)

A teoria (logos) e a prática (práxis), ou seja, o saber e o saber-fazer constituem dois blocos estruturais da TAD e juntos são chamados de Organização Praxeológica (OP) e discutiremos seus aspectos em seguida.

O aspecto funcional é constituído por seis momentos didáticos que apresentaremos de forma sucinta, pois nosso objetivo nesse trabalho é analisar livros didáticos a partir da sua organização praxeológica (OP).

1º) Momento do Primeiro Encontro – É o momento em que o aprendiz tem o primeiro contato com aquilo que ele irá estudar, aquilo que ele deverá saber ou saber-fazer. Normalmente esse primeiro encontro pode acontecer a partir do contato com um tipo de tarefa pertencente ao objeto de estudo.

2º) Momento Exploratório – É o momento em que o aprendiz explora tarefas pertencentes ao tipo de tarefa do estudo que ele está realizando e, com isso, pode desenvolver pelo menos uma técnica para resolver esse tipo de tarefa.

3º) Momento do Trabalho da técnica – Neste momento, a técnica é trabalhada com o intuito de se perceber sua extensão, validade, e precisão. Podem surgir novas técnicas ou ela pode ser aperfeiçoada e ampliada. Além disso, a necessidade de um discurso tecnológico que justifique e explique porque a técnica pode ser usada para resolver aquele tipo de tarefa pode surgir.

4º) Momento Tecnológico-teórico – Neste momento é desenvolvido o discurso tecnológico e teórico que respaldam a utilização da(s) técnica(s) desenvolvida(s) no momento anterior.

5º) Momento da Institucionalização – Neste momento, a OP estudada é institucionalizada, passa do aspecto informal para o formal, os blocos prático e teórico são formalmente constituídos, de maneira lógica e coesa de acordo com a instituição que respalda a OP em questão.

6º) Momento da Avaliação – Momento em que se avalia o entendimento sobre a OP em questão. É posto à prova o uso da técnica e o conhecimento do bloco teórico por trás da técnica. (CHEVALLARD, 1999, apud ZANARDI; KNEUBIL; PEREIRA, 2016, p.610-611).

De acordo com Zanardi, Kneubil e Pereira (2016, p.611), apesar desses momentos serem apresentados nessa ordem, não há necessidade de que ocorram nessa disposição indicada.

Vale ressaltar que a construção da prática contida na organização praxeológica estudada acontece nos três primeiros momentos apresentados, enquanto a construção da teoria ocorre no quarto momento. Por fim, o quinto e o sexto momento são responsáveis pela coesão da teoria e da prática, além de avaliar a construção do conhecimento.

4.8. Organização Praxeológica e Matemática

Como mencionamos anteriormente, a organização praxeológica é vista como a parte estrutural da TAD e é composta por dois blocos, *teoria* (logos) e *prática* (práxis), isto é, o saber e o saber-fazer.

Por sua vez, esses dois blocos são compostos da seguinte maneira: o bloco logos(saber) é composto por tecnologia e teoria, e o bloco práxis (saber-fazer) é composto por tarefa e técnica.

Sendo assim, concluímos que uma organização praxeológica, compõe-se de tarefas, técnica, tecnologia e teoria (CHEVALLARD, 1999). Segundo esse autor, toda atividade matemática é composta por pelo menos uma tarefa, uma técnica, uma tecnologia e uma teoria.

Apresentamos abaixo a descrição desses quatro componentes dos blocos formadores da organização praxeológica:

- **Tarefa:** É utilizada para designar ação ou o que é para ser realizado em uma atividade, como, por exemplo, calcular, construir, interpretar, entre outros;
- **Técnica:** É a maneira ou o método que permite realizar uma tarefa, ou seja, meios que levam a execução da ação (tarefa). Para uma tarefa pode existir mais de uma técnica envolvida;
- **Tecnologia:** É o conjunto de propriedades, definições, teoremas, entre outros, que justificam e explicam os encadeamentos de etapas que vão constituir a técnica;
- **Teoria:** É a justificativa das tecnologias utilizadas, ou seja, o campo no qual essas propriedades e definições estão inseridas.

Nosso entendimento vai ao encontro de Friolani (2007), pois afirma que para a execução de uma tarefa sempre estão associadas técnicas, tecnologias e teorias, constituindo assim uma praxeologia. Quando se une a tarefa e técnica, constitui-se o “saber-fazer”, e quando se une tecnologia e teoria, constitui-se “teórico-tecnológico” ou “saber”.

O papel da organização praxeológica é permitir o estudo das condições que podem favorecer a aprendizagem. Ou seja, a construção do conhecimento deve

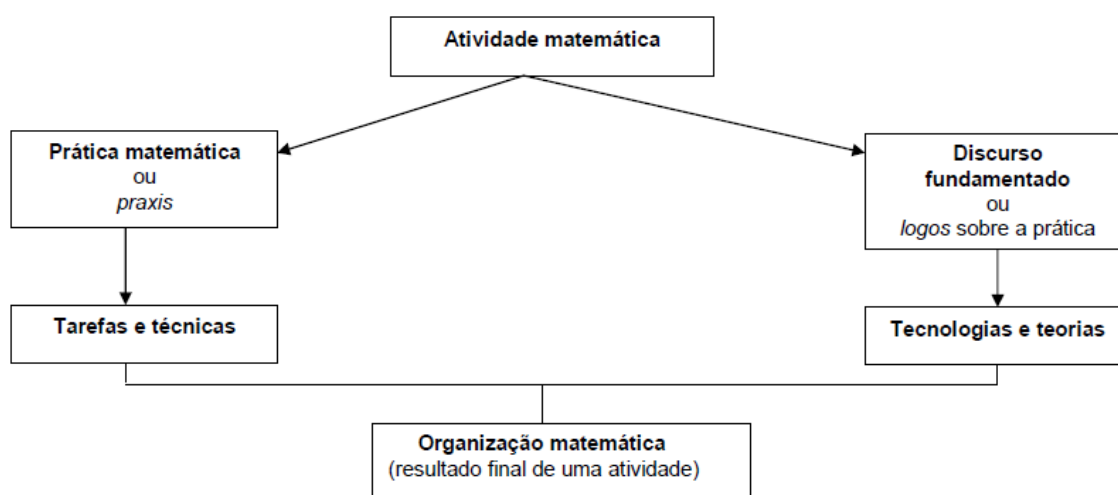
ocorrer a partir de uma sequência didática coerente, utilizando o conhecimento prévio do estudante em busca de uma aprendizagem facilitada para o estudante (FRIOLANI, 2007. p.54).

A partir da composição da organização praxeológica, podemos notar que uma obra matemática surge sempre como resposta a uma ou mais questões, conforme apontam Chevallard, Bosch e Gascón (2001), criando dessa maneira o conceito de organização matemática:

[...] a resposta matemática para uma questão se cristaliza em um conjunto organizado de objetos ligados entre si por diversas inter-relações, isto é, em uma *organização matemática*. Essa organização é o resultado final de uma atividade matemática que, como toda atividade humana, apresenta dois aspectos inseparáveis: a prática matemática ou “práxis”, que consta de *tarefas e técnicas*, e o discurso fundamentado ou “logos” sobre essa prática, que é constituída por *tecnologias e teorias*. (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 275).

O esquema de Gay (2008) ilustra o conceito de organização matemática.

Figura 5: Relação entre praxis e logos para a Organização Matemática



Fonte: Gay (2008, p.22).

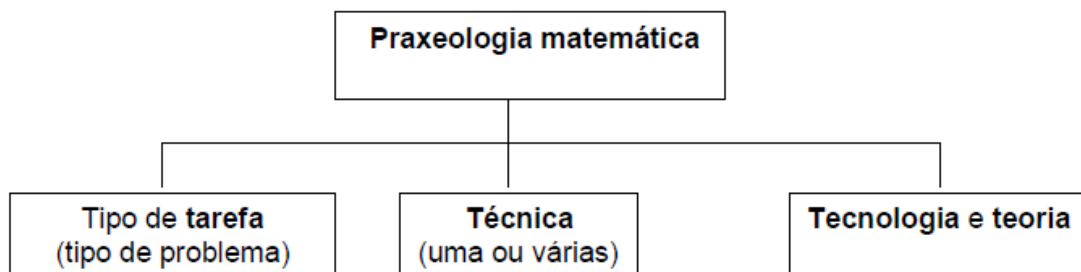
Portanto, a organização matemática é o produto final das inter-relações entre os componentes de uma organização praxeológica.

Esse fato é apontado por Chevallard, Bosch e Gascón (2001, apud GAY, 2008, p.22): “Não se pode entender em profundidade uma organização matemática

determinada se, ao mesmo tempo, não for realizada uma prática matemática eficaz. Não há práxis sem logoi, mas também não há logoi sem práxis”.

Nesse sentido, o esquema a seguir ilustra o conceito de organização praxeológica matemática ou praxeologia matemática:

Figura 6: Esquema da organização praxeológica matemática



Fonte: Gay (2008, p.22)

Neste trabalho, fizemos a análise baseada nos componentes da organização praxeológica por se tratar de uma organização geral, podendo ser utilizada em várias áreas do conhecimento, como por exemplo, Física, Química, Biologia, entre outras.

5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para responder nossas questões de pesquisa analisamos três coleções de livros didáticos do ensino médio, aprovadas no PNLD 2015, tendo como foco as atividades referentes à Estatística e Probabilidade.

Verificamos no site do FNDE quais foram as coleções mais distribuídas pelo país. Em seguida, a partir dessa consulta, definimos como critério utilizado para a escolha das coleções de livros didáticos aprovados, pelo PNLD 2015, as três coleções mais distribuídas em todo território nacional. Esses materiais representam aproximadamente 72,76% do total de exemplares distribuídos das 6 coleções, como mostramos no quadro abaixo:

Quadro 4: Relação das coleções de livros didáticos de Matemática do ensino médio mais distribuídas pelo FNDE.

Classificação	Coleção	Autores	Editora	Quantidade de exemplares	Porcentagem
1º	Matemática: Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante	ÁTICA	2.564.520	33,94%
2º	Novo Olhar – Matemática	Joamir Souza	FTD	1.481.977	19,61%
3º	Matemática – Ciências e Aplicações	Gelson Iezzi Oswaldo Dolce David Mauro Degenszajn Roberto Périgo Nilze Silveira de Almeida	SARAIVA	1.451.475	19,21%

Fonte: Brasil – FNDE (2015)

Os conteúdos estatísticos dos livros didáticos foram analisados de acordo com a organização praxeológica de Chevallard (1999) com o objetivo de identificar o conjunto de tarefas e técnicas, bem como a tecnologia e teoria associadas a elas.

Sendo assim, optamos por analisar as atividades dos livros seguindo o que é

proposto por Friolani (2007), Simone Neto (2008) e Gay (2008). Seleccionamos, em cada livro, duas atividades relacionadas ao eixo Estatística e Probabilidade: uma questão que esteja em conformidade com a BNCC e outra que não necessariamente esteja, para que - dessa forma - tenhamos uma visão ampla da organização didática das coleções.

O critério para escolha das questões analisadas aconteceu pelo fato de exigir do estudante o maior número de tarefas segundo a nossa concepção. Acreditamos que assim podemos apresentar uma visão mais abrangente dos livros observados.

A partir daí, identificamos a(s) tarefa(s) exigida(s) pelo problema; em seguida registramos a técnica proposta ou induzida pela coleção para resolver essa tarefa; apresentamos o discurso teórico-tecnológico que justifica essa técnica. Convém salientar que uma tarefa pode ser resolvida por mais de um tipo de técnica, não sendo, necessariamente, a que colocamos em nosso texto.

Na análise praxeológica que apresentamos, procuramos identificar as tarefas e técnicas associadas às soluções propostas no manual do professor. Ou seja, as resoluções das questões foram baseadas nas teorias, exemplos e nas soluções contidas no manual do professor dos livros de cada coleção.

A partir das soluções propostas, identificamos e descrevemos o passo a passo das técnicas. No entanto, isso não significa que corroboramos com as soluções sugeridas. Desse modo, fizemos alguns comentários acerca da resolução indicada pelos autores de acordo com as perspectivas fundamentadas em nosso referencial teórico.

Com as análises feitas, verificamos se a abordagem utilizada nas atividades propostas pelos livros didáticos contribui para o desenvolvimento do Letramento Estatístico proposto por Gal (2002). Analisamos o Letramento Estatístico a partir dos níveis propostos por Watson e Callingham (2003), os níveis de leitura e compreensão gráfica de Curcio (1989), os níveis de leitura e interpretação de tabelas de Wainer (1995) e a transnumeração proposta por Wild e Pfannkuch (1999).

Por fim, indicamos as possíveis adequações que os livros deverão passar para que fiquem de acordo com os pressupostos da BNCC e favoreçam o desenvolvimento do Letramento Estatístico pelos estudantes.

6. RESULTADOS

Apresentamos nesse capítulo como resultados de nossa pesquisa as análises praxeológicas e didáticas de três coleções de livros didáticos do ensino médio aprovadas pelo PNLD 2015: *Matemática: Contexto & Aplicações* de Luiz Roberto Dante, *Novo Olhar – Matemática* de Joamir Souza, e *Matemática: Ciência e Aplicações* de Gelson Iezzi et.al., já citadas no quadro 4 do capítulo anterior desse trabalho.

As coleções analisadas a seguir são organizadas em três volumes, e foram escolhidas por terem sido as mais distribuídas pelo FNDE em todo território nacional, representando um quantitativo de aproximadamente 72,76% do total de livros distribuídos entre as 6 coleções aprovadas pelo programa. Dentre as coleções selecionadas, atualmente fazemos uso, em nossa prática docente, da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*, de Gelson Iezzi et.al..

Vale ressaltar que ao realizarmos as análises observamos que algumas atividades existentes nos livros exigem a execução de mais de uma tarefa. Dessa forma, salientamos que o número de tarefas desenvolvidas pelos materiais didáticos é diferente da quantidade de atividades apresentadas nos exemplares.

O quadro que apresentamos a seguir foi elaborado com o objetivo de explicitar as tarefas encontradas nas obras analisadas e se elas estão contempladas pela redação atual da BNCC.

Quadro 5: Quadro de Tarefas identificadas nas coleções analisadas referentes ao ensino médio aprovadas no PNLD 2015.

Tarefas		
Sigla	Descrição da tarefa	Tarefa contemplada pela BNCC
T ₁	Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados não agrupados (brutos) ou apresentados em textos ou gráficos, observando e calculando a amplitude dos dados.	Sim
T ₂	Construir tabela de distribuição de frequências por dados agrupados em classes pré-determinadas, ou não, a partir da amplitude dos dados.	Sim
T ₃	Calcular e preencher informações sobre frequências absolutas e relativas em um conjunto de dados organizados em uma tabela de distribuição de frequências.	Sim
T ₄	Identificar e classificar as variáveis de uma amostra.	Sim
T ₅	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.	Sim
T ₆	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma).	Sim
T ₇	Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.	Sim
T ₈	Construir um gráfico determinado a partir dos dados dispostos em outro gráfico, incluindo histograma.	Sim
T ₉	Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.	Sim
T ₁₀	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).	Sim
T ₁₁	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.	Sim
T ₁₂	Calcular as medidas de dispersão com base em um conjunto de dados.	Sim
T ₁₃	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).	Sim
T ₁₄	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.	Sim
T ₁₅	Interpretar um texto para identificar o espaço amostral e o evento para o cálculo de probabilidade	Sim
T ₁₆	Identificar espaços amostrais equiprováveis ou não	Sim
T ₁₇	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.	Sim
T ₁₈	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando outros métodos de contagem, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.	Sim
T ₁₉	Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.	Sim
T ₂₀	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios sucessivos com ou sem reposição de elementos apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.	Sim
T ₂₁	Calcular a probabilidade condicional de um evento apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.	Sim
T ₂₂	Calcular a probabilidade utilizando a lei binomial apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.	Não

Fonte: Autor (2017)

A partir desse levantamento, buscamos inferir a opção didática do autor na obra, levando em consideração a contribuição que pode ser oferecida para que o estudante desenvolva o Letramento Estatístico. Além disso, verificamos se esta opção está de acordo com os componentes da segunda versão da BNCC, sob a luz do referencial teórico embasados em nosso texto.

As tarefas que descrevemos a seguir foram elaboradas a partir dos componentes curriculares explicitados na segunda versão da BNCC para o ensino médio que constam no quadro 2 da seção 2.4 desse trabalho.

Quadro 6: Quadro de Tarefas da 2ª versão da BNCC para o ensino médio

Tarefas	Descrição da tarefa
T_{B1}	Planejar, realizar, coletar, organizar e interpretar dados de pesquisa identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra.
T_{B2}	Compor um relatório descritivo dos resultados de uma pesquisa através de textos, gráficos (inclusive histograma) e/ou tabelas com dados agrupados ou não.
T_{B3}	Construir gráficos apropriados (incluindo histograma) aos diversos tipos de dados coletados e/ou apresentados em dados brutos ou em tabelas de frequência.
T_{B4}	Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.
T_{B5}	Calcular as medidas de dispersão com base em um conjunto de dados.
T_{B6}	Realizar pesquisas considerando todas as suas etapas, e utilizar as medidas de tendência central e dispersão para interpretação dos dados e composição de relatórios descritivos.
T_{B7}	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).
T_{B8}	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).
T_{B9}	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.
T_{B10}	Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios, utilizando representações diversas.
T_{B11}	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios sucessivos com ou sem reposição de elementos.
T_{B12}	Analisar criticamente os métodos de amostragem em relatórios de pesquisas divulgadas pela mídia e as afirmativas feitas para toda a população baseadas em uma amostra.
T_{B13}	Analisar criticamente gráficos de relatórios estatísticos que podem induzir a erro de interpretação do leitor, verificando as escalas utilizadas, a apresentação de frequências relativas na comparação de populações distintas.

Fonte: Autor (2017)

Com base nos dois quadros de tarefas expostos anteriormente, elaboramos um quadro comparativo entre as tarefas propostas pela BNCC e aquelas apresentadas atualmente pelos livros a fim de exibir possíveis adequações dos materiais didáticos às propostas e orientações da BNCC.

Quadro 7: Quadro Comparativo de Tarefas: BNCC x Livros

Tarefas	Descrição da tarefa	Correspondente nos livros analisados
T_{B1}	Planejar, realizar, coletar, organizar e interpretar dados de pesquisa, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra.	Não possui
T_{B2}	Compor um relatório descritivo dos resultados de uma pesquisa através de textos, gráficos (inclusive histograma) e/ou tabelas com dados agrupados ou não.	Não possui
T_{B3}	Construir gráficos apropriados (incluindo histograma) aos diversos tipos de dados coletados e/ou apresentados em dados brutos ou em tabelas de frequência.	T ₇
T_{B4}	Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.	T ₉
T_{B5}	Calcular as medidas de dispersão com base em um conjunto de dados.	T ₁₂
T_{B6}	Realizar pesquisas considerando todas as suas etapas e utilizar as medidas de tendência central e dispersão para interpretação dos dados e composição de relatórios descritivos.	Não possui
T_{B7}	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).	T ₁₀
T_{B8}	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).	T ₁₃
T_{B9}	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.	T ₁₇
T_{B10}	Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios, utilizando representações diversas.	T ₁₉
T_{B11}	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios sucessivos com ou sem reposição de elementos.	T ₂₀
T_{B12}	Analisar criticamente os métodos de amostragem em relatórios de pesquisas divulgadas pela mídia e as afirmativas feitas para toda a população baseadas em uma amostra.	Não possui
T_{B13}	Analisar criticamente gráficos de relatórios estatísticos que podem induzir a erro de interpretação do leitor, verificando as escalas utilizadas, a apresentação de frequências relativas na comparação de populações distintas.	Não possui

Fonte: Autor (2017)

6.1. Análise da Coleção I: *Matemática: Contexto & Aplicações*

6.1.1. Visão geral da coleção I

A coleção *Matemática: Contexto & Aplicações* de Luiz Roberto Dante, no que concerne ao eixo Estatística e Probabilidade proposto pela BNCC, é trabalhada apenas nos volumes 2 e 3, com pouco destaque. Esse estudo é apresentado em dois capítulos do volume 2 e em apenas um capítulo do volume 3.

A resenha do PNLD 2015 sobre o eixo Estatística e Probabilidade afirma que:

Em geral, a sistematização no campo de estatística e probabilidade é conduzida de maneira apropriada, sendo acompanhada de diversos tipos de representação gráfica, fato que favorece a observação ampla e direta dos dados tabulados. Corretamente, os diferentes gráficos estatísticos são estudados por meio de situações contextualizadas. A construção desses gráficos também é explorada na obra, o que contribui para a consolidação dos conteúdos. São apresentadas as medidas de posição e de dispersão. Ao tratar das medidas de posição, a obra traz situações que esclarecem os significados de tais medidas. Contudo, dedica-se pouca atenção à coleta de dados pelo aluno. (BRASIL,2014, p.36)

No volume 2, o autor trabalha “Análise Combinatória” e “Probabilidade”. Os conteúdos são apresentados nos dois últimos capítulos do exemplar. No entanto, descreveremos apenas o capítulo 12 do livro, cujo tema é “Probabilidade”, por ser a parte que nos interessa para análise e comparação com os componentes da BNCC.

Para fornecer ao estudante uma motivação para o estudo de Probabilidade, o autor faz uso da História da Matemática, relatando algumas situações do passado que ainda existem atualmente como, por exemplo, os riscos dos seguros e jogos de azar. Resume-se, todavia, a apenas essa explanação. Essa utilização torna-se ineficaz, visto que não é retomada nas atividades desenvolvidas ao longo do capítulo.

Em primeiro lugar, o autor aborda fenômenos aleatórios, passando pelas definições de espaço amostral e evento. Em seguida, define a probabilidade com espaços amostrais equiprováveis, comentando as ideias de certeza e impossibilidade. Percebe-se que os conceitos de probabilidade da união e evento complementar, probabilidade condicional e eventos independentes, lei binomial de probabilidade são também explanados. Assim sendo, termina o capítulo com a seção “Aplicações de probabilidade à Genética (DANTE, 2013, v.2, p.287)”, atendendo dessa forma uma

das orientações da BNCC que recomenda a utilização da interdisciplinaridade para estimular o interesse do estudante no processo de aprendizagem.

O estudo da Estatística Descritiva fica restrito ao volume 3, destinando o 2º capítulo exclusivamente ao tema. O volume é focado basicamente no estudo das representações gráficas e nas medidas de centralização e dispersão.

O autor faz uma introdução explicando como fazer uma coleta de dados e afirma que “a Estatística é considerada como um ramo da Matemática aplicada (DANTE, 2013, v.3, p.30)”. Disserta sobre as etapas necessárias para a realização de uma pesquisa, sem aprofundar no estudo de cada uma delas. Sugere uma pesquisa simples e induz o estudante a construir uma tabela para organizar os dados, sem discussão sobre o porquê daquela representação.

A realização de uma pesquisa envolve muitas etapas, como a escolha da amostra, a coleta e a organização dos dados (informações), o resumo desses dados (em tabelas, gráficos, etc.) e a interpretação dos resultados. A parte da Matemática que trata desses assuntos é a Estatística.[...]

Vamos iniciar uma pesquisa coletando alguns dados da turma. Para isso, façam o que se pede:

- a) Anotem a quantidade de irmãos de cada aluno da turma.
- b) Organizem os dados em uma tabela. Vejam um exemplo:

Quantidade de irmãos	Quantidade de alunos
0	
1	
i	

- c) Guardem esses dados, pois eles serão usados posteriormente.

(DANTE, 2013, v.3, p.31)

Nota-se que a abordagem do livro apresenta alguns conceitos, como população, amostra, tipos de variável, tabelas de frequência e representação gráfica, inclusive construção. No entanto, não é discutido o porquê da utilização de cada tipo de gráfico e qual tipo de variável. Em seguida, trabalha as medidas de tendência central e dispersão a partir dos cálculos, esclarecendo os seus significados.

É estabelecida, no final do capítulo, uma conexão entre Estatística e Probabilidade utilizando a noção de frequência relativa. Numa seção chamada “*Matemática e Tecnologia*” (DANTE, 2013, v.3, p.58-59), o autor incentiva a utilização de um *software* gratuito de planilhas para construção de gráficos ao propor a elaboração de uma pesquisa escolar, passando por muitas das etapas de um processo estatístico. Desse modo, é atendido, em parte, um dos componentes da

BNCC. No entanto, uma etapa não discutida na proposta é a definição adequada da população e da amostra.

Ao observarmos a disposição dos conteúdos do eixo Estatística e Probabilidade em cada um dos volumes da coleção, elaboramos a tabela seguinte na qual podemos ver o número de páginas destinadas a esse eixo e a quantidade de atividades por volume. Dessa forma temos uma visão mais ampla da coleção.

Tabela 1: Tabela comparativa de páginas e exercícios da coleção *Matemática: Contexto & Aplicações*

Volume	Número Total de Páginas	Total de páginas de destinadas à Estatística e Probabilidade		Número Total de Exercícios	Total de exercícios destinados à Estatística e Probabilidade	
		Qtde.	%		Qtde.	%
1º ano	254	0	0	613	12	1,96
2º ano	288	32	11,11	631	66	10,46
3º ano	202	36	17,82	428	60	14,02
Total	744	68	9,14	1672	138	8,25

Fonte: Autor (2017)

Observamos na tabela que a coleção possui aproximadamente 9,14% das páginas e 8,25% das questões, destinadas ao eixo Estatística e Probabilidade. O volume do 1º ano, apesar de não abordar o tema em uma unidade especificamente, traz na seção “*Caiu no Enem*”, na parte final do livro, algumas questões de análise de gráficos e tabelas aliadas a conceitos básicos tais como: razão e proporção, porcentagem e regra de três. Nota-se que o volume do 3º ano, apesar de possuir mais páginas destinadas ao tema, não apresenta a maior quantidade de exercícios, mas sim o livro do 2º ano.

Temos o quadro a seguir que apresenta as tarefas identificadas na coleção bem como a quantidade abordada em cada volume, o que nos possibilita inferir como o autor estabeleceu a organização dos livros em relação aos conteúdos.

Quadro 8: Tarefas identificadas na coleção *Matemática: Contexto & Aplicações*

Sigla	Tarefas	Volume			Total de tarefas
		1	2	3	
T ₁	Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados não agrupados (brutos) ou apresentados em textos ou gráficos, observando e calculando a amplitude dos dados.			5	5
T ₂	Construir tabela de distribuição de frequências por dados agrupados em classes pré-determinadas, ou não, a partir da amplitude dos dados.			5	5
T ₃	Calcular e preencher informações sobre frequências absolutas e relativas em um conjunto de dados organizados em uma tabela de distribuição de frequências.			5	5
T ₄	Identificar e classificar as variáveis de uma amostra.			2	2
T ₅	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.	2		2	4
T ₆	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma).	10		8	18
T ₇	Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.			9	9
T ₈	Construir um gráfico determinado a partir dos dados dispostos em outro gráfico, incluindo histograma.			1	1
T ₉	Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.			2	2
T ₁₀	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).			2	2
T ₁₁	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.			18	18
T ₁₂	Calcular as medidas de dispersão com base em um conjunto de dados.				
T ₁₃	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).			2	2
T ₁₄	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.			2	2
T ₁₅	Interpretar um texto para identificar o espaço amostral e o evento para o cálculo de probabilidade		3		3
T ₁₆	Identificar espaços amostrais equiprováveis ou não		2		2
T ₁₇	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		31	1	32
T ₁₈	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando outros métodos de contagem, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		5	1	6
T ₁₉	Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		8		8
T ₂₀	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios sucessivos com ou sem reposição de elementos apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		10		10
T ₂₁	Calcular a probabilidade condicional de um evento apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		11		11
T ₂₂	Calcular a probabilidade utilizando a lei binomial apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		5		5
Total		12	75	65	152

Fonte: Autor (2017)

6.1.2. Análise praxeológica da coleção I

- **Situação 1: Livro – Volume 2 – Questão 18, p.277.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_{16} e T_{17} encontradas no livro. Sendo a tarefa T_{17} do livro correspondente a T_{B9} da BNCC.

Enunciado. No lançamento de uma moeda viciada, a probabilidade de sair coroa é o triplo da probabilidade de sair cara. Qual é a probabilidade de sair coroa?

Resolução Esperada / Sugerida pelo Autor

Tarefa T_{16} : Identificar espaços amostrais equiprováveis ou não.

Subtarefa $T_{16.1}$: Identificar que o espaço amostral não é equiprovável.

Tarefa T_{17}/T_{B9} : Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.

Subtarefa $T_{17.5}/T_{B9.5}$: Calcular probabilidade utilizando dados contidos no texto.

Técnica $t_{16.1}$ e $t_{17.1}/t_{B9.1}$:

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer utilizando a ideia de eventos complementares.

Quando a moeda é viciada, os eventos não são equiprováveis. Porém, sabemos que

$$P(\Omega) = 1.$$

Assim, sendo C o evento “sair cara” e \bar{C} o evento “sair coroa” temos que:

$P(C) + P(\bar{C}) = 1$. Então como, $P(\bar{C}) = 3P(C)$, concluímos que:

$$P(C) + 3P(C) = 1 \Rightarrow 4P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = \frac{1}{4}$$

Portanto, a probabilidade procurada é dada por:

$$P(\bar{C}) = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, resolução de equações do 1º grau, conceito de proporção, porcentagem, leitura e interpretação de dados em texto e conceito de probabilidade.

A **transnumeração** acontece no momento que captura os dados do problema a partir da interpretação textual para obtenção do resultado desejado. No entanto, não faz nenhuma representação gráfica ou tabular desses dados.

Nessa atividade, não tivemos trabalho feito com tabelas e gráficos, portanto **não se aplicam** as análises dos níveis de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995) e **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

Nessa proposta, o autor trabalha o entendimento de espaços amostrais não equiprováveis de forma simples e direta. Ao propor a solução utilizando eventos complementares, retoma a utilização do conceito de equação do 1º grau acertadamente e faz uso das conexões entre os conteúdos matemáticos. Como a solução da tarefa é bem direta, não permite, porém, ao estudante uma reflexão profunda sobre a situação problema.

Sendo assim, concluímos que, apesar da atividade atender em parte os descritores da BNCC, não favorece um bom desenvolvimento do Letramento Estatístico, pois não trabalha dados relevantes para o cotidiano do estudante, como atesta Gal (2002).

- **Situação 2: Livro – Volume 2 – Questão 35, p.282.**

As tarefas que atendem a BNCC são as tarefas **T_{B9}** e **T_{B10}** que correspondem a **T₁₇** e **T₁₉**, respectivamente, do livro.

Enunciado. Uma carta é retirada ao acaso de um baralho de 52 cartas e, ao mesmo tempo, uma moeda é lançada. Qual é a probabilidade de se obter:

- a) carta vermelha e cara?
- b) carta vermelha ou cara?
- c) carta de figura (dama, valete, rei) e coroa?
- d) carta de figura ou coroa?

Resolução Esperada / Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T_{B9}:** Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.

Subtarefa T_{B9.2}: Calcular probabilidade de eventos aleatórios, construindo o espaço amostral.

Técnica t_{B9.2}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}} .$$

Sabemos que o total de cartas: 52 (26 vermelhas; 26 pretas)

Tomemos $P(A)$: carta vermelha = $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$; $P(\bar{A})$: carta preta = $\frac{1}{2}$

Moeda: cara, coroa

$$P(B)$$
: sair cara = $\frac{1}{2}$; $P(\bar{B})$: sair coroa = $\frac{1}{2}$

O evento lançar uma moeda e retirar uma carta do baralho produz pares

(carta, moeda): (A, B) ; (A, \bar{B}) ; (\bar{A}, B) ; (\bar{A}, \bar{B}) . Logo:

O espaço amostral é 4 e temos 1 caso favorável, portanto $P(A, B) = \frac{1}{4}$.

b) **Tarefa T_{B10}**: Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios, utilizando representações diversas.

Subtarefa T_{B10.1}: Calcular probabilidade da união.

Técnica t_{B10.1}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que cada evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade da união como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$$\text{Tomemos } P(A): \text{ carta vermelha} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} \text{ e } P(B): \text{ sair cara} = \frac{1}{2}$$

E como $P(A \cap B) = P(A, B) = \frac{1}{4}$ encontrado no item anterior, temos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \therefore P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

c) **Tarefa T_{B9}**: Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.

Subtarefa T_{B9.3}: Calcular probabilidade de eventos aleatórios, identificando o espaço amostral através do princípio multiplicativo.

Técnica t_{B9.3}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}}.$$

Seja o evento C, carta de figura (dama, valete, rei) e coroa.

O espaço amostral (carta, moeda) tem: $52 \text{ cartas} \cdot 2 \text{ moedas} = 104 \text{ pares}$

Os casos favoráveis são: $3 \text{ figuras} \cdot 4 \text{ naipes} \cdot 1 \text{ coroa} = 12$

$$\text{Logo, } P(C) = \frac{12}{104} \cong 11,5\%$$

d) **Tarefa T_{B10}**: Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios, utilizando representações diversas.

Subtarefa T_{B10.1}: Calcular probabilidade da união.

Técnica t_{B10.1}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que cada evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade da união como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Seja o evento D, carta de figura (dama, valete, rei)

Os casos favoráveis são: $3 \text{ figuras} \cdot 4 \text{ naipes} = 12$

$$\text{Portanto } P(D) = \frac{12}{52} .$$

Como $P(\bar{B})$: sair coroa = $\frac{1}{2}$ e $P(D \cap \bar{B}) = P(C) = \frac{12}{104}$ calculado no item anterior,

temos:

$$P(D \cup \bar{B}) = P(D) + P(\bar{B}) - P(D \cap \bar{B}) \therefore P(D \cup \bar{B}) = \frac{12}{52} + \frac{1}{2} - \frac{12}{104} = \frac{64}{104} \cong 61,5\%$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa atividade, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, conceito de proporção, porcentagem, leitura e interpretação de dados em texto e conceito de probabilidade.

A **transnumeração** ocorre a partir da interpretação textual para determinar o espaço amostral e obter o resultado desejado. Apesar do autor não sugerir em sua solução, o estudante poderia fazer uma representação tabular desses dados evidenciando o processo.

Nessa questão, não tivemos trabalho feito com tabelas e gráficos, portanto **não se aplicam** as análises dos níveis de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995) e **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

Nessa questão, o autor trabalha o conceito de probabilidade de forma clássica. Ao propor a solução utilizando a construção do espaço amostral a partir do princípio multiplicativo, é necessário que o estudante analise e utilize as informações do problema de forma direta para solução das atividades.

No entanto, acreditamos que uma solução mais adequada para o problema seria o autor identificar os eventos como independentes e ressaltar a importância de o estudante identificar a utilização dos conectivos “E” e “OU” para determinar a interseção e a união das probabilidades.

Portanto, essa atividade atende às orientações contidas na BNCC. Não obstante, a forma proposta pelo autor para a sua solução não contribui de maneira efetiva para a construção do Letramento Estatístico, como assegura Gal (2002). Faz-se necessário que o professor se atente para a complementação do conteúdo a fim de proporcionar ao estudante uma melhor formação estatística, como afirmam Goulart e Coutinho (2015).

- **Situação 3: Livro – Volume 3 – Questão 35, p.54.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_7 , T_{11} e T_{14} encontradas no livro. Sendo a tarefa T_7 do livro correspondente a T_{B3} da BNCC.

Enunciado. Em uma classe, as notas obtidas pelos alunos foram agrupadas da seguinte maneira:

0 – 2,0 (1 aluno); 2,0 – 4,0 (6 alunos); 4,0 – 6,0 (9 alunos); 6,0 – 8,0 (8 alunos);
8,0 – 10,0 (6 alunos).

A partir desses dados:

- a) construa o histograma;
- b) construa o polígono do histograma;
- c) calcule a média, moda, mediana e o desvio padrão.

Resolução Esperada / Sugerida pelo Autor

a) e b) **Tarefa T₇/T_{B3}**: Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.

Tarefa T₂: Construir tabela de distribuição de frequências por dados agrupados em classes pré-determinadas, ou não, a partir da amplitude dos dados.

Subtarefa T_{7,5}/T_{B3,5}: Gráfico de histograma.

Subtarefa T₂: Construir tabela de distribuição de frequências por dados agrupados em classes pré-determinadas.

Técnica t₂:

1º passo: obter uma tabela de frequências.

Técnica t_{7,5}/t_{B3,5}:

1º passo: identificar os intervalos e as frequências;

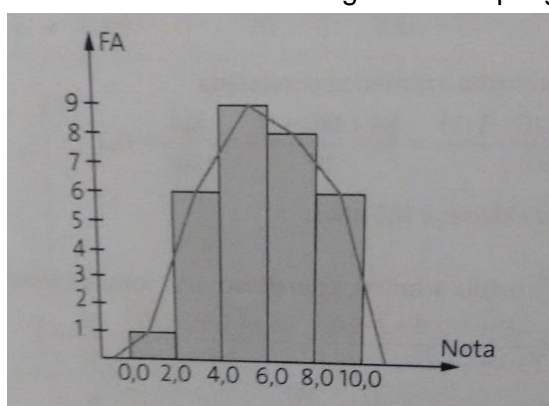
2º passo: fazer as marcações nos eixos ortogonais;

3º passo: traçar as barras verticais de acordo com suas frequências.

4º passo: ligar os pontos médios das bases superiores das barras verticais.

Nota	FA	VM
0 – 2,0	1	1,0
2,0 – 4,0	6	3,0
4,0 – 6,0	9	5,0
6,0 – 8,0	8	7,0
8,0 – 10,0	6	9,0

Gráfico 1: Gráfico de histograma com polígono



Fonte: DANTE, 2013, vol. 3, p.292

Obs.: Apesar do enunciado não falar para construir a tabela de frequências, o autor em sua solução o fez. Por esse motivo elencamos a tarefa T_2 para esse item.

c) **Tarefa T_{11} :** Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.

Subtarefa $T_{11.1}$: Calcular média.

Subtarefa $T_{11.2}$: Calcular mediana.

Subtarefa $T_{11.3}$: Calcular moda.

Tarefa T_{14} : Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.

Subtarefa $T_{14.1}$: Calcular o desvio padrão.

Técnicas $t_{11.1}$, $t_{11.2}$, $t_{14.1}$:

1º passo: identificar os dados na tabela ou no gráfico;

2º passo: utilizar os pontos médios das classes do histograma;

3º passo: calcular a média, mediana, moda e desvio padrão.

Seja \bar{x} = média; Me = mediana; Mo = moda; σ^2 = variância; σ = desvio padrão

Média

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 1,0 + 6 \cdot 3,0 + 9 \cdot 5,0 + 8 \cdot 7,0 + 6 \cdot 9,0}{1 + 6 + 9 + 8 + 6}$$

$$\bar{x} = \frac{174}{30} = 5,8$$

Mediana

Como o número de termos da distribuição é 30, então a mediana será a média aritmética dos termos 15 e 16. Ambos estão na terceira classe, logo:

$$Me = \frac{5,0 + 5,0}{2} = 5,0$$

Moda

A classe cuja frequência é maior é a terceira classe. Logo, a moda é:

$$Mo = 5,0.$$

Desvio padrão

$$\sigma^2 = \frac{1 \cdot (1,0 - 5,0)^2 + 6 \cdot (3,0 - 5,0)^2 + 9 \cdot (5,0 - 5,0)^2 + 8 \cdot (7,0 - 5,0)^2 + 6 \cdot (9,0 - 5,0)^2}{1 + 6 + 9 + 8 + 6}$$

$$\sigma^2 \cong \frac{16 + 24 + 0 + 32 + 96}{30} \cong 5,6$$

$$\therefore \sigma \cong \sqrt{5,6} \cong 2,4$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, critério de arredondamento, porcentagem, gráfico de histograma e seu polígono, conceitos de média, moda, mediana e desvio padrão, disposição dos eixos horizontal e vertical relacionados ao contexto, variável e distribuição de frequências absolutas.

A **transnumeração** é caracterizada pela passagem dos dados organizados inicialmente em um texto para uma tabela de frequências, segundo a solução do autor, e depois para uma representação gráfica pré-determinada (histograma). Além disso, a articulação promovida entre esses registros proporciona ao estudante fazer uso simultâneo dessas representações para análise dos dados.

Essa atividade possui o **nível elementar** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), visto que exige do aluno apenas que ele utilize as informações dadas no texto para construir a tabela, além de não ser necessária pelo enunciado da questão.

Nessa questão, o trabalho feito com gráficos aconteceu na utilização dos dados dispostos no texto para a sua construção. Sendo assim, podemos identificar o nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível de compreensão era necessário que o estudante tivesse uma interpretação e uma integração dos dados do gráfico para utilizar outros conceitos matemáticos e estatísticos a fim de encontrar as respostas pedidas.

Comentários:

Observamos que essa questão utiliza os conhecimentos de medidas de tendência central e dispersão, incluindo a construção gráfica. O autor, em sua solução, trabalha apenas o aspecto procedimental dos cálculos em vez do entendimento conceitual. Na construção gráfica, não trabalha o entendimento das variáveis que é condição importante para o desenvolvimento do Letramento Estatístico.

Posto isto, apesar de a atividade atender em parte um descritor da BNCC, ela não favorece um bom desenvolvimento do Letramento Estatístico, pois não trabalha dados relevantes para o cotidiano do estudante e não possibilita o entendimento das variáveis para construção de gráficos adequados, como atesta Gal (2002).

- **Situação 4: Livro – Volume 3 – Questão 18, p.42.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_1 e T_7 encontradas no livro. A tarefa que atende a base é a tarefa T_{B3} que corresponde a T_7 do livro.

Enunciado. Em uma eleição concorreram os candidatos A, B e C e, apurada a primeira urna, os votos foram os seguintes: A: 50 votos; B: 80 votos; C: 60 votos; brancos e nulos (BN): 10 votos. A partir desses dados, construa:

- a) a tabela de frequências dessa variável;
- b) o gráfico de barras, relacionando os valores da variável com as respectivas frequências absolutas;
- c) o gráfico de setores, relacionando os valores da variável com suas porcentagens.

Resolução Esperada / Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T_1 :** Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados não agrupados (brutos) ou apresentados em textos ou gráficos, observando e calculando a amplitude dos dados.

Subtarefa $T_{1,2}$: Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados apresentados em um texto.

Técnica t_{1.2}:

1º passo: identificar os valores da frequência absoluta e suas respectivas frequências relativas;

2º passo: calcular a frequência relativa;

3º passo: construir a tabela de distribuição de frequências.

$$A = \frac{50}{200} = 0,25 = 25\%$$

$$B = \frac{80}{200} = 0,40 = 40\%$$

$$C = \frac{60}{200} = 0,30 = 30\%$$

$$BN = \frac{10}{200} = 0,05 = 5\%$$

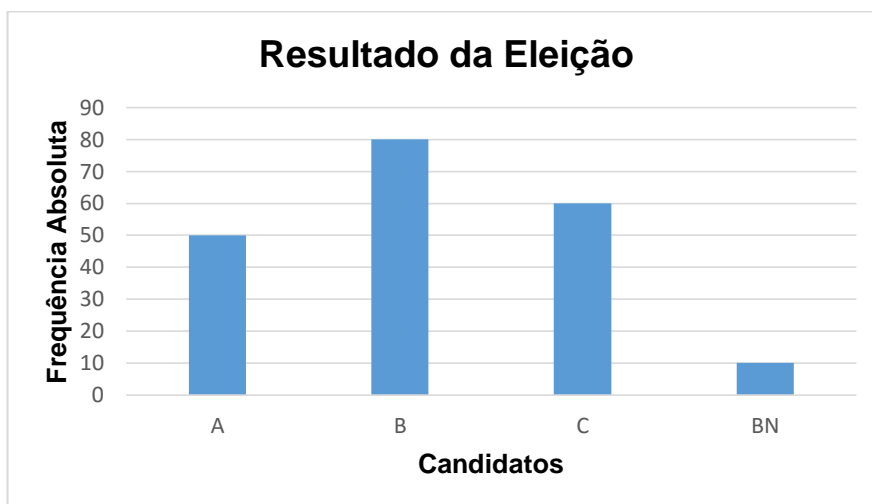
Candidatos	FA	FR(%)
A	50	25
B	80	40
C	60	30
BN	10	5
Total	200	100

b) **Tarefa T_{B3}:** Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{B3.2}: Gráfico de barras verticais

Técnica t_{B3.2}:

1º passo: construir barras verticais correspondentes a cada candidato, sendo a base das barras colocadas no eixo horizontal (candidato) e a altura no eixo vertical (frequência). A largura das barras é opção do aluno, mas deve ser única para todas.

Gráfico 2: Gráfico de barras para representar o resultado da eleição

Fonte: Autor (2017)

c) **Tarefa T_{B3}**: Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{B3.1}: Gráfico de setores

Técnica t_{B3.1}:

1º passo: ler os dados disponibilizados na tabela;

2º passo: conhecendo as frequências relativas (porcentagens), determinar o valor de cada ângulo do setor circular;

3º passo: construir a circunferência e, com auxílio de um transferidor, marcar os ângulos de acordo com os valores encontrados.

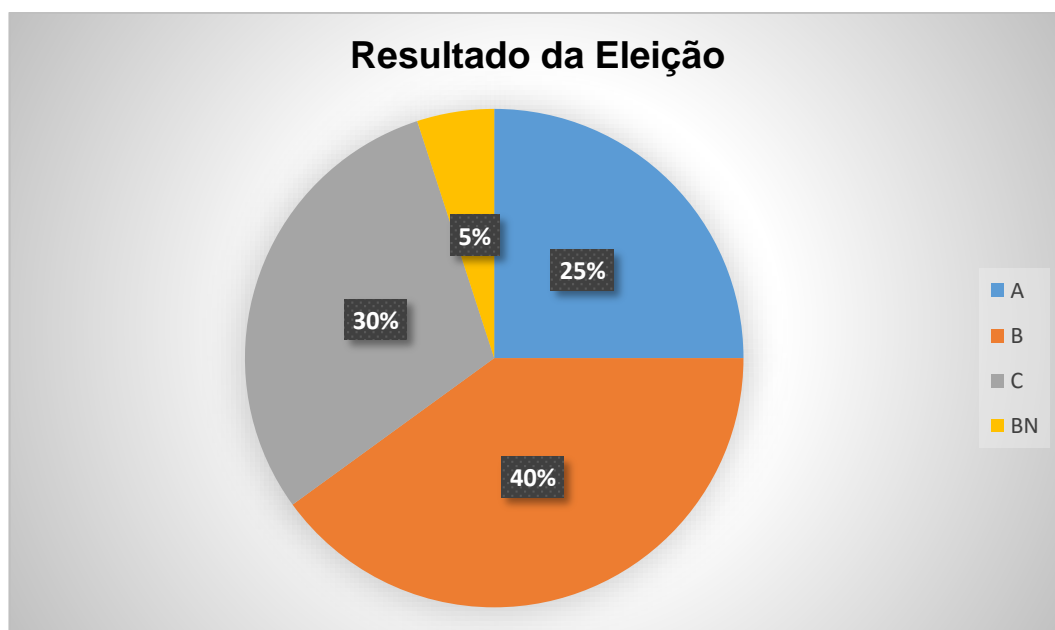
$$A: 25\% \text{ de } 360^\circ = 90^\circ$$

$$B: 40\% \text{ de } 360^\circ = 144^\circ$$

$$C: 30\% \text{ de } 360^\circ = 108^\circ$$

$$BN: 5\% \text{ de } 360^\circ = 18^\circ$$

Gráfico 3: Gráfico de setores para representar o resultado da eleição



Fonte: Autor (2017)

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: conceito de razão e proporção, porcentagem, ângulos e medidas, circunferência e setor circular, gráfico de setores, gráfico de barras verticais, disposição dos eixos horizontal e vertical relacionados ao contexto, variável e distribuição de frequências absolutas e relativas.

A **transnumeração** é percebida na atividade. É caracterizada pela passagem dos dados que estavam no texto da questão para uma tabela de distribuição de frequências. Nos itens b) e c), cria uma representação gráfica pré-determinada (gráfico de barras e setores). Além, de evidentemente promover a articulação entre esses registros proporcionando ao estudante fazer uso simultâneo destas representações para uma possível análise dos dados.

Essa atividade possui o **nível elementar** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), já que a atividade exige do aluno apenas a criação de uma tabela, sem fazer nenhuma reflexão.

Nessa questão, o trabalho feito com gráficos aconteceu da mesma forma com

a construção dos gráficos de barras e setores. Foi necessário apenas observar os valores e executar o que se pedia. Assim, podemos identificar o nível de **compreensão gráfica dos dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível de compreensão era necessário que o estudante apenas observasse e retirasse dados que estivessem expressos nos gráficos.

Comentários:

Nessa atividade, o autor trabalhou a construção de tabela e de gráficos com informações que não são significativas para a formação cidadã do estudante, fato que não favorece de forma adequada a construção do Letramento Estatístico. Além disso, ao predeterminar o gráfico que deve ser construído, a tarefa não possibilita que o estudante tenha a oportunidade de refletir sobre a utilização do gráfico adequado a um determinado tipo de variável.

Uma sugestão, para que essa atividade desempenhe uma melhor promoção do Letramento Estatístico, é propor uma comparação parte-todo a partir da leitura de dados que apresentem informações sócio-político-cultural. Desse modo, as habilidades propostas por Gal (2002), junto aos estudantes, serão desenvolvidas.

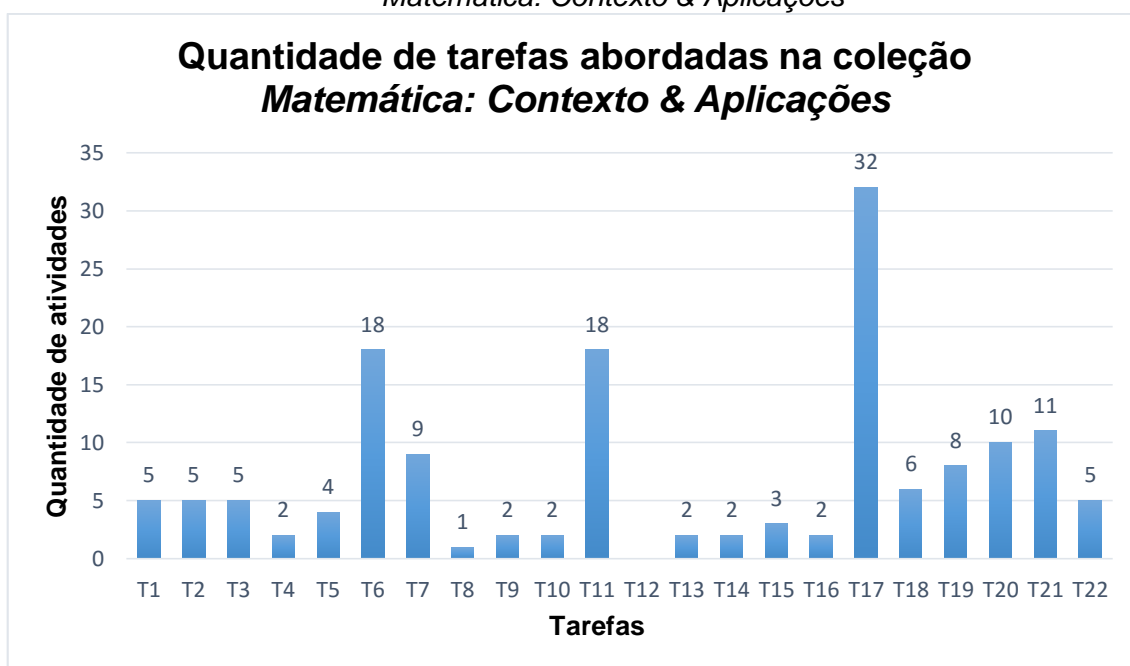
Uma outra proposta para a construção dos gráficos – em conjunto com a classificação das variáveis do problema – poderia ser abordada, “pois a identificação do tipo de variável é fundamental para a decisão dos tratamentos e análises a serem realizadas” (COUTINHO; SPINA 2016).

6.1.3. Análise didática da coleção I

Para desenvolvermos nossa análise didática, observamos entre outros aspectos, a distribuição das tarefas por volume. Isto é, a partir do levantamento estatístico da quantidade de propostas – na análise praxeológica – foi possível identificar as características da obra.

Para a coleção ***Matemática: Contexto & Aplicações***, apresentamos no gráfico a seguir a quantidade de atividades que as tarefas aparecem na obra.

Gráfico 4: Gráfico em barras com quantidade de tarefas da coleção:
Matemática: Contexto & Aplicações



Fonte: Autor (2017)

A partir desse gráfico, pudemos elaborar a tabela seguinte. Notam-se as tarefas que foram privilegiadas, tendo assim um panorama geral da coleção.

Tabela 2: Quantidade de tarefas abordadas na coleção *Matemática: Contexto & Aplicações*

Tarefas da Coleção	Quantidade de Atividades
T ₁₂	0
T ₈	1
T ₄ , T ₉ , T ₁₀ , T ₁₃ , T ₁₄ , T ₁₆	2
T ₁₅	3
T ₅	4
T ₁ , T ₂ , T ₃ , T ₂₂	5
T ₁₈	6
T ₁₉ , T ₇ , T ₆ , T ₁₁ , T ₁₅ , T ₁₇ , T ₂₀	8 ou mais

Fonte: Autor (2017)

Nessa coleção, observamos que são priorizadas 7 das diferentes tarefas – T₁₉, T₁₇, T₆, T₁₁, T₁₅, T₁₇, T₂₀ – que foram descritas anteriormente e aparecem em 8 ou mais exercícios. Por outro lado observamos que a tarefa T₁₂ não aparece em nenhum momento na coleção, além da T₈ aparecer somente uma vez e as T₄, T₉, T₁₀, T₁₃, T₁₄, T₁₆ aparecerem em apenas 2 exercícios em toda coleção.

Foi observado que a obra poderia ter uma quantidade maior de exercícios na parte de leitura e interpretação de gráficos e tabelas. Convém evidenciar, porém, que – dentro da proposta do autor – o número de atividades apresentadas ainda é expressivo. Além disso, aquelas relacionadas à construção de gráficos, praticamente, não são exploradas.

Os exercícios existentes na coleção são, em sua maioria, para extrair dados e informações diretas. A coleção apresenta uma quantidade significativa de exercícios de aplicação, entretanto contém poucas questões contextualizadas e faz uma parca articulação entre as demais áreas do conhecimento.

O autor trabalha as atividades de leitura e interpretação de **gráficos** no volume 3 por ter um capítulo exclusivamente dedicado ao estudo da Estatística. Faz uma abordagem eficiente de leitura e interpretação de gráficos, ainda que predeterminem qual gráfico deva ser construído em algumas atividades.

Como a coleção não explora atividades contextualizadas para análise de gráficos (dados de mídia, por exemplo), deixa de atender uma das orientações contidas na BNCC. Pois, em nosso dia-a-dia:

[...] observa-se o uso de gráficos inadequados (ou adequados para esconder fatos), ou com problemas de escala, ou de proporcionalidade entre as partes. Assim, a Estatística, nessa etapa, deve estar ainda mais voltada para a discussão e investigação, aumentando-se o rigor das análises de resultados de pesquisas, tanto as realizadas pelos estudantes quanto as encontradas nas diversas mídias, o que é fundamental para o exercício de uma cidadania consciente e ativa. (BRASIL, 2014, p.568)

Além disso, deixa de fazer a discussão de aspectos importantes associados à construção dos gráficos, como: o grupo pesquisado (se é uma amostragem ou uma pesquisa censitária); a classificação da variável analisada (quantitativa ou qualitativa); a escolha de escalas adequadas para os eixos, bem como quais gráficos (setores, linhas, histograma, etc.) são adequados aos tipos de variáveis trabalhadas em determinada atividade.

Sendo assim, concluímos que a coleção, de forma geral, proporciona o nível de **compreensão gráfica dos dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível de percepção é necessário que o estudante simplesmente faça a leitura restrita dos gráficos, identificando apenas fatos explícitos neles, sem fazer nenhuma reflexão ou interpretação sobre os dados apresentados.

Com relação ao desenvolvimento da habilidade de ler e interpretar dados organizados em **tabelas**, o autor aborda o tema de algumas formas, tais como: retirada de informações contidas na tabela; construção de tabelas a partir de gráficos; medidas de tendência e probabilidade. Promoveu-se, portanto, uma razoável articulação entre os conceitos estatísticos e matemáticos.

Apesar de terem diversas utilizações, a coleção apresenta o **nível elementar de compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois grande parte das atividades propostas exige apenas que os estudantes retirem dados pontuais da tabela sem proporcionar nenhuma reflexão acerca deles.

A **transnumeração** é observada em praticamente toda a obra. É caracterizada, em algumas atividades, pela passagem dos dados organizados em um gráfico para registro numérico e depois para uma tabela ou uma nova representação gráfica. No entanto, como a obra não explora a contextualização, ela não proporciona ao estudante fazer uso simultâneo dessas representações para análise dos dados.

As **medidas de tendência central e dispersão** praticamente não são trabalhadas em contextos significativos na coleção. Falta na obra uma quantidade maior de exercícios propostos sobre esse tema que articulem gráficos, tabelas e textos para favorecer um bom entendimento dos conceitos e suas aplicações.

Ressaltamos que a obra apresenta o significado da mediana e moda como uma alternativa ao uso da média, quando ela está sendo influenciada por valores extremos. Para as medidas de dispersão, que caracterizam a variabilidade existente no conjunto de dados estudados, o autor faz uso de uma situação problema para justificar o seu estudo. No entanto, não apresenta a amplitude como a mais simples medida de dispersão dos dados.

O autor trabalha o tema **probabilidade** no volume 2 da coleção. O texto base é iniciado com atividades esteadas no enfoque de espaços amostrais equiprováveis. Poucas atividades são trabalhadas a partir de tabelas com distribuição de frequências,

não favorecendo a integração entre o estudo da Estatística e Probabilidade. No entanto – no volume 3 – adequadamente, coloca uma pequena seção com essa finalidade, fazendo uma conexão entre os temas e amenizando essa problemática, como ressaltado pela resenha do PLND 2015.

Apropriadamente, inclui-se, no final do capítulo de estatística, uma breve seção sobre a relação entre estatística e probabilidade. Entretanto, nem sempre é salientado, nos problemas de probabilidade, que o experimento é aleatório e que os eventos elementares envolvidos são equiprováveis. (BRASIL, 2014, p. 34)

Em nossa concepção, essa relação deveria acontecer nos dois volumes da obra, uma vez que no volume 1 o autor não abordou os temas.

Diante do exposto, podemos inferir que, como ressaltado pela resenha do PLND 2015, o autor optou em sua organização didática por uma sistematização da obra a partir de alguns exemplos introdutórios e definições conceituais seguidas por exercícios resolvidos e propostos, não estimulando a construção dos conceitos por parte dos alunos.

Este se caracteriza pela formalização precoce dos conceitos, o que limita a possibilidade de o aluno estabelecer suas próprias conclusões. Diversas atividades são indicadas para o trabalho em grupo ou em equipe, com o objetivo de proporcionar a interação entre os alunos. Mas, de fato, muitas delas são análogas às demais e não atingem graus de dificuldade que demandem essa interação. (BRASIL, 2014, p.36)

Além disso, a obra por não explorar a contextualização em suas atividades, não estimula a possibilidade de construção da criticidade por parte dos estudantes, pois os poucos problemas com essa característica utilizam a própria matemática como significado aos conceitos. (BRASIL 2014, p.36)

Evidentemente, essa não é a melhor opção didática para contextualização dos temas de Estatística e Probabilidade. Cabe ao professor salientar para o estudante que:

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2002, p.111)

Sendo assim, corroboramos com a ideia de Walichinski e dos Santos Jr (2013) entendendo:

[...] a contextualização como uma prática que tem por objetivo atribuir sentido ao conhecimento sistematizado que se pretende ensinar. Acredita-se que a contextualização pode produzir efeitos positivos em relação às atitudes dos alunos (predisposição, interesse, motivação, perseverança na busca de soluções e valorização do trabalho coletivo), bem como, em relação ao desenvolvimento de aspectos conceituais e procedimentais. (WALICHINSKI; DOS SANTOS JR, 2013, p. 93)

Levando em consideração o desenvolvimento do Letramento Estatístico proposto por Gal (2002), os livros dessa coleção favorecem aos discentes o desenvolvimento da capacidade de utilizar informações estatísticas e dados relacionados com os argumentos ou fenômenos apresentados em alguns contextos diretos. No entanto, não favorece que o estudante apresente uma postura crítica para utilizar as informações de acordo com seu entendimento de mundo.

O nível de Letramento Estatístico, proposto por Watson e Callingham (2003), presente nessa coleção é o ***inconsistente***, que numa escala de 1 a 6, em que 1 é o menor nível e 6 é o maior nível, corresponde ao nível 3.

Como mencionado anteriormente, na seção 4.2 desse trabalho, o aprendiz para alcançar o nível ***inconsistente***, evoluiu gradativamente, apropriando-se dos conhecimentos contidos nos níveis anteriores. Portanto, a coleção *Matemática: Contexto & Aplicações* proporciona ao estudante nesse nível de Letramento Estatístico pouca habilidade com os conceitos matemáticos e estatísticos. Faz com que o aluno consiga fazer uso dos termos específicos da ciência, tornando-se capaz de desenvolver cálculos simples a partir de gráficos e tabelas, medidas de tendência, probabilidade, obtendo algumas conclusões de forma intuitiva, mas sem justificativa.

6.2. Análise da Coleção II: *Novo Olhar – Matemática*

6.2.1. Visão geral da coleção II

A coleção *Novo Olhar – Matemática* de Joamir Souza, no que diz respeito ao eixo Estatística e Probabilidade proposto pela BNCC, é trabalhado em apenas três capítulos no volume 2 e um capítulo no volume 3.

A resenha do PNL 2015 sobre o eixo Estatística e Probabilidade atesta que:

O trabalho com probabilidades apoia-se em alguns exemplos comuns, nos quais são usados dados de jogar e moedas; também envolve contextos menos óbvios, por exemplo, o jogo de campo minado, a coincidência de aniversários e a genética. É igualmente elogiável a associação entre o cálculo de probabilidades e a estatística. No entanto, nesta última, há poucas oportunidades para o aluno realizar pesquisas e decidir a melhor maneira de representar as informações, visto que a ênfase está na organização de dados previamente coletados, em gráficos e tabelas já prontos – o que limita o seu estudo. Encontram-se explicações sobre a característica dos gráficos, mas não se discute qual tipo de gráfico é mais adequado à natureza dos dados apresentados. Nos cálculos de medidas estatísticas, a ênfase está nas representações em detrimento das interpretações e análises. Ainda com relação às medidas estatísticas, é inadequado apresentar em um volume as medidas de posição e, apenas no volume seguinte, as medidas de dispersão. (BRASIL, 2014, p.71-72)

No volume 2, o autor trabalha no capítulo 4 o que ele intitula como “Introdução a Estatística” e nos capítulos 8 e 9, “Análise Combinatória” e “Probabilidade”, respectivamente. Por questões de adequação, a nossa pesquisa, descreveremos apenas o capítulo 4, em que ele trabalha a “Estatística” e o capítulo 9 do livro, cujo tema é “Probabilidade”, por serem os conteúdos que nos interessam para análise e comparação com os componentes da BNCC.

Na introdução do capítulo 4, o autor aborda a importância da Estatística desde a antiguidade até os dias atuais. Em seguida, chama atenção para áreas de atuação como medicina e computação, entre outras áreas do conhecimento. Por fim, destaca as habilidades que um cidadão deve ter ao se deparar com informações estatísticas em nosso cotidiano. “É importante que, ao nos depararmos com uma informação tratada estatisticamente, tenhamos a capacidade de interpretar, compreender, estabelecer relações e realizar suposições a partir dos dados expostos.” (SOUZA, 2013, vol. 2, p.88)

O estudo sobre tabelas e gráficos é apresentado com foco em exercícios de aplicação e exploração das características dos mesmos, no entanto, não promove a discussão sobre quando devem ser utilizados, ou para representar quais tipos de variáveis. Notam-se poucas atividades explorando a construção, visto que a ênfase das atividades baseia-se em gráficos e tabelas já prontos, o que limita o seu entendimento.

A abordagem sobre as medidas de tendência central – média, moda e mediana – é focada nos cálculos em detrimento da compreensão desses conceitos. Equivocadamente, o assunto é trabalhado no volume 2 da coleção, enquanto as medidas de dispersão são abordadas no volume 3. No final do capítulo, apresenta de forma adequada uma discussão sobre o *censo demográfico* com diversas representações gráficas na seção chamada “*Explorando o Tema*”. (SOUZA, 2013, vol.2, p. 116-117)

Com o intuito de proporcionar uma motivação para o estudo, no capítulo 9 sobre probabilidade, o autor faz uso de fatos históricos a partir de biografias de grandes matemáticos e também de situações cotidianas, onde aparecem os termos ligados ao tema. No entanto, não recorre a esses tópicos para que sejam empregados como recurso didático para atual compreensão dos conceitos trabalhados.

Observa-se a abordagem dos conceitos de experimentos aleatórios, espaço amostral e evento, logo após, define-se probabilidade com espaços amostrais equiprováveis, e probabilidade de eventos complementares. Conceitos como: probabilidade da união; probabilidade condicional; eventos simultâneos e independentes; e experimentos binomiais também estão presentes na obra. Dessa forma, termina o capítulo relacionando Estatística e Probabilidade adequadamente, mas verifica-se por meio do pouco espaço que lhe é reservado, apenas uma página, a superficialidade com a qual o tema é tratado.

No volume 3 da coleção, o estudo da Estatística aparece logo no primeiro capítulo do livro. O estudo de gráficos e tabelas, medidas de centralização e dispersão são o foco da obra. Na introdução do capítulo, o autor preocupa-se em esclarecer a necessidade de se estudar Estatística, para em seguida defini-la como “um ramo da Matemática que visa, entre outros objetivos, coletar, organizar e apresentar dados relacionados a algum fato ou acontecimento.” (SOUZA, 2013, vol. 3, p.10)

Nota-se que as propostas de atividades de interpretação gráfica são desenvolvidas sem o devido rigor. São apresentadas explicações sobre a característica dos gráficos, mas não há discussão sobre quais tipos de gráficos são adequados aos dados apresentados. Logo após, abordam-se os tipos de variável e as tabelas de frequência. Por fim, trabalham-se as medidas de tendência central e dispersão, inclusive desvio médio, dando ênfase aos cálculos e representações em detrimento das interpretações e análises acerca de seus significados.

A partir da apresentação dos conteúdos do eixo Estatística e Probabilidade nos volumes da coleção, elaboramos a seguinte tabela para identificar o número de páginas reservadas a esse eixo de aprendizagem e a quantidade de atividades por volume. O que nos permite ter uma visão mais completa da coleção.

Tabela 3: Tabela comparativa de páginas e exercícios da coleção *Novo Olhar: Matemática*

Volume	Número Total de Páginas	Total de páginas de destinadas à Estatística e Probabilidade		Número Total de Exercícios	Total de exercícios destinados à Estatística e Probabilidade	
		Qtde.	%		Qtde.	%
1º ano	320	0	0	751	0	0
2º ano	320	69	21,56	647	133	20,55
3º ano	320	34	10,62	788	48	6,09
Total	960	103	10,73	2186	181	8,28

Fonte: Autor (2017)

Observamos na tabela que a coleção possui aproximadamente 10,73% das páginas e 8,28% das questões, destinadas ao eixo Estatística e Probabilidade. O volume do 1º ano não aborda o tema, apresentando assim uma desconexão com as recomendações oficiais que orientam para necessidade de se trabalhar os conceitos de Estatística ao longo de toda a educação básica. O volume do 2º ano apresenta a maior quantidade de exercícios e páginas destinadas a esse eixo de aprendizagem. Já o volume do 3º ano apresenta poucas páginas destinadas ao tema e apenas 48 exercícios, que representam 6,09% das atividades do volume.

A seguir, apresentamos o quadro com as tarefas identificadas na coleção, bem como a quantidade presente em cada volume, o que nos permite inferir como o autor estruturou a organização dos livros em relação aos conteúdos.

Quadro 9: Tarefas identificadas na coleção *Novo Olhar – Matemática*

Sigla	Descrição da tarefa	Tarefas			Volume		
		1	2	3	Total de tarefas		
T ₁	Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados não agrupados (brutos) ou apresentados em textos ou gráficos, observando e calculando a amplitude dos dados.			2	2		
T ₂	Construir tabela de distribuição de frequências por dados agrupados em classes pré-determinadas, ou não, a partir da amplitude dos dados.			1	1		
T ₃	Calcular e preencher informações sobre frequências absolutas e relativas em um conjunto de dados organizados em uma tabela de distribuição de frequências.			2	2		
T ₄	Identificar e classificar as variáveis de uma amostra.			1	1		
T ₅	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.		7	10	17		
T ₆	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma).		28	18	46		
T ₇	Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.		3	3	6		
T ₈	Construir um gráfico determinado a partir dos dados dispostos em outro gráfico, incluindo histograma.						
T ₉	Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.		1	1	2		
T ₁₀	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).			3	3		
T ₁₁	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.		30	18	48		
T ₁₂	Calcular as medidas de dispersão com base em um conjunto de dados.			1	1		
T ₁₃	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).			3	3		
T ₁₄	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.			1	1		
T ₁₅	Interpretar um texto para identificar o espaço amostral e o evento para o cálculo de probabilidade		8		8		
T ₁₆	Identificar espaços amostrais equiprováveis ou não		1		1		
T ₁₇	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		33	2	35		
T ₁₈	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando outros métodos de contagem, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		2		2		
T ₁₉	Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		11		11		
T ₂₀	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios sucessivos com ou sem reposição de elementos apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		8		8		
T ₂₁	Calcular a probabilidade condicional de um evento apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		8		8		
T ₂₂	Calcular a probabilidade utilizando a lei binomial apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		8		8		
Total			148	66	214		

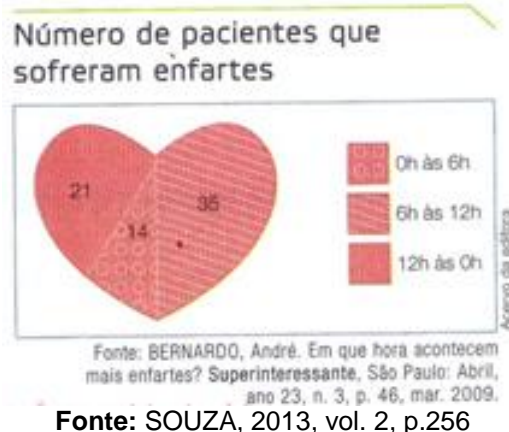
Fonte: Autor (2017)

6.2.2. Análise praxeológica da coleção II

- **Situação 1: Livro – Volume 2 – Questão 15, p.256.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_6 e T_{17} encontradas no livro. Sendo a tarefa T_{17} do livro correspondente a T_{B9} da BNCC.

Enunciado. Momentos antes de acordar, nosso organismo envia cortisol e adrenalina para circular pelo corpo. Esses hormônios são responsáveis por nos deixar mais dispostos, e no sistema cardiovascular aumentam a pressão arterial e aceleram a frequência cardíaca. Contudo, o cortisol e a adrenalina favorecem a formação de placas de gordura nas artérias, o que pode provocar um enfarte durante a manhã. Certo grupo de médicos cardiovasculares realizou uma pesquisa com os pacientes que deram entrada no hospital em determinado mês, obtendo como resultado os dados do gráfico ao lado.



- Em qual faixa horária esse hospital deve colocar a maior quantidade de médicos de plantão? Por quê?
- Considerando que a proporção de pacientes com enfartes se mantenha, qual é a probabilidade de uma pessoa enfartada dar entrada nesse hospital das:
 - 0h às 6h?
 - 0h às 12h?

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T₆:** Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma).

Subtarefa T_{6.2}: Extrair informações em um gráfico pictórico.

Técnica t_{6.2}:

1º passo: observar que em qual horário acontecem mais entrada de pessoas enfartadas;

2º passo: destacar o que se pede.

De 6h às 12h, pois é nessa faixa horária que ocorre o maior número de enfartes.

b) **Tarefa T₁₇ / T_{B9}:** Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.

Subtarefa T_{17.4} / T_{B9.4}: Calcular probabilidade utilizando dados contidos em gráficos.

Técnica t_{17.4} / T_{B9.4}:

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}} .$$

O espaço amostral ou casos possíveis é $21+14+35 = 70$.

- De 0h às 6h temos 14. $\therefore P = \frac{14}{70} = 0,2 = 20\%$
- De 0h às 12h temos $14+ 35 = 49$. $\therefore P = \frac{49}{70} = 0,7 = 70\%$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, conceito de proporção,

porcentagem, leitura e interpretação de dados em gráficos pictóricos, e conceito de probabilidade.

A **transnumeração** pode ser identificada nesta atividade na passagem do registro gráfico para o textual e numérico. Observa-se que foi trabalhada a partir da apresentação de características do mundo real comunicando algum significado oriundo dos dados utilizados. Sendo, dessa forma, compreensível a todos estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Nessa atividade não tivemos trabalho feito com tabelas, portanto **não se aplica** a análise do nível de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995).

O trabalho exigido com gráficos neste exercício foi de interpretação para solucionar um problema, sendo assim identificamos o nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível de compreensão é necessário que o estudante tenha uma interpretação e uma integração das informações gráficas para responder o que se pede.

Comentários:

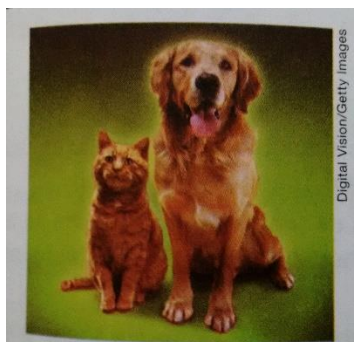
Nessa proposta, o autor trabalha a análise crítica das informações contidas num gráfico pictórico e o conceito de probabilidade de forma clássica. O estudante precisa construir o espaço amostral e utilizar as informações do problema de forma crítica para solução das atividades. Além disso, o autor trás, no contexto, informação relevante para a vida do estudante.

Portanto, essa atividade atende as orientações contidas na BNCC e contribui para a construção do Letramento Estatístico ao desenvolver capacidades propostas por Gal(2002).

- **Situação 2: Livro – Volume 2 – Questão 29, p.261.**

As tarefas que atendem a BNCC são as tarefas **T_{B9}** e **T_{B10}** que correspondem a **T₁₇** e **T₁₉**, respectivamente, do livro.

Enunciado. De um grupo de 48 pessoas, 36 possuem cachorro como animal de estimação, 20 possuem gato, 12 possuem as duas espécies e os demais não possuem animal ou possuem outra espécie de animal de estimação. Escolhendo aleatoriamente uma pessoa desse grupo, qual é a probabilidade de ela possuir:



Fonte: SOUZA, 2013, vol. 2, p.261

- a) cachorro de estimação?
- b) cachorro ou gato de estimação?
- c) apenas gato de estimação?

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T_{B9}**: Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.

Subtarefa T_{B9.2}: Calcular probabilidade de eventos aleatórios, construindo o espaço amostral.

Técnica t_{B9.2}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}} .$$

Seja C: cachorro; G: gato e Ω :espaço amostral = 48

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4} = 75\%$$

b) **Tarefa T_{B10}**: Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios, utilizando representações diversas.

Subtarefa T_{B10.1}: Calcular probabilidade da união.

Técnica t_{B10.1}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que cada evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade da união como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$$P(G) = \frac{n(G)}{n(\Omega)} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12} = 41,66\%$$

$$P(C \cap G) = \frac{n(C \cap G)}{n(\Omega)} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

$$P(C \cup G) = P(C) + P(G) - P(C \cap G) \therefore P(C \cup G) = \frac{3}{4} + \frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{11}{12} \cong 91,66\%$$

c) **Tarefa T_{B9}**: Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.

Subtarefa T_{B9.3}: Calcular probabilidade de eventos aleatórios, identificando o espaço amostral através do princípio multiplicativo.

Técnica t_{B9.3}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer utilizando a ideia de eventos complementares.

Seja \bar{G} : apenas gato

$$P(\bar{G}) = P(C \cup G) - P(C) \therefore \frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6} \cong 16,66\%$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa atividade, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, conceito de proporção, porcentagem, leitura e interpretação de dados em texto e conceito de probabilidade.

A **transnumeração** acontece no momento que captura os dados do problema a partir da interpretação textual para obtenção do que se pede no problema. No entanto, não faz nenhuma representação gráfica ou tabular desses dados.

Nessa questão não tivemos trabalho feito com tabelas e gráficos, portanto **não se aplicam** as análises dos níveis de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995) e **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

A solução proposta pelo autor atende as orientações contidas no componente da BNCC que pede para “determinar a probabilidade da união de dois eventos, utilizando representações diversas” (BRASIL, 2016).

No entanto, observamos que esta questão poderia ser resolvida utilizando o conceito de conjuntos e em seguida o cálculo de probabilidade a partir da construção do espaço amostral sem a utilização do princípio multiplicativo ou outra técnica de contagem, que ainda assim atenderia uma das propostas da BNCC ao relacionar os conteúdos matemáticos.

Entendemos que o autor deveria ter explorado em sua solução, a identificação dos eventos como independentes aproveitando a oportunidade para ressaltar a importância de o estudante identificar a utilização dos conectivos “E” e “OU” para determinar a interseção e a união das probabilidades.

Portanto, é uma questão relevante por contribuir para a construção do Letramento Estatístico, visto que desenvolve capacidades para este fim, como atesta Gal(2002).

- **Situação 3: Livro – Volume 3 – Questão 25, p.29.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_{10} , T_{11} e T_{17} encontradas no livro. Sendo as tarefas T_{10} e T_{17} do livro correspondentes a T_{B7} e T_{B9} da BNCC.

Enunciado. Abaixo está apresentada a quantidade de alunos matriculados em cada ano do ensino médio, em certa escola.

Ano	Número de Turmas	Número Total de Alunos
1º	5	148
2º	4	125
3º	2	x

- Sabendo que o 3º ano tem em média 34 alunos por turma, quantos alunos estão nesse ano?
- Qual ano possui a maior média de alunos por turma?
- Escolhendo aleatoriamente um aluno do ensino médio dessa escola, qual a probabilidade de ele ser do 2º ano? E de não ser do 1º ano?

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T_{10}/T_{B7} :** Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).

Subtarefa $T_{10.1}/T_{B7.1}$: Compreender o significado das medidas de tendência central.

Técnica $t_{10.1}/t_{B7.1}$:

1º passo: compreender o significado das medidas de tendência central;

2º passo: utilizar os dados do problema para encontrar o que se pede.

$$\frac{x}{2} = 34 \leftrightarrow x = 68$$

b) **Tarefa T_{11} :** Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.

Subtarefa $T_{11.1}$: Calcular média.

Técnicas t_{11.1}:

1º passo: identificar os dados na tabela;

2º passo: calcular as médias.

$$1^\circ \text{ Ano: } \frac{148}{5} = 29,6$$

$$2^\circ \text{ Ano: } \frac{125}{4} = 31,25$$

$$3^\circ \text{ Ano: } \frac{68}{2} = 34$$

Portanto o 3º Ano possui a maior média de alunos por turma.

c) **Tarefa T₁₇ / T_{B9}**: Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.

Subtarefa T_{17.1} / T_{B9.1}: Calcular probabilidade utilizando dados contidos em tabelas.

Técnica t_{17.1} / T_{B9.1}:

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}} .$$

O espaço amostral é: $148 + 125 + 68 = 341$

$$\text{Aluno do 2º Ano: } P(2o) = \frac{125}{341} \cong 0,3665 \cong 36,65\%$$

$$\text{Não ser do 1º Ano: } P(\sim 1o) = \frac{125+68}{341} = \frac{193}{341} \cong 0,5659 \cong 56,6\%$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, resolução de equação do 1º grau, comparação entre números, cálculo de média aritmética, conceito de

probabilidade, conceito de proporção, porcentagem, e distribuição de frequências.

A **transnumeração** ocorre na passagem do registro tabular para o numérico e textual. Observa-se que a partir da medição de características do mundo real, destacadas no problema, é comunicado algum significado real e compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Esta atividade possui o **nível intermediário de compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a atividade exige que o aluno descubra quais são as relações existentes entre os dados que são apresentados na tabela.

Nessa atividade não tivemos trabalho realizado com gráficos, portanto **não se aplica** a análise do nível de **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

Notamos que essa atividade utiliza uma tabela de frequências para o cálculo de probabilidade a partir da construção do espaço amostral sem a utilização do princípio multiplicativo ou outra técnica de contagem. É estabelecida uma boa articulação entre os conteúdos matemáticos, especialmente por se tratar de medidas de tendência com probabilidade na mesma questão, além de utilizar uma boa contextualização.

Portanto, essa atividade atende as orientações contidas na BNCC, ao trabalhar o significado de média e contribui para a construção do Letramento Estatístico ao desenvolver capacidades estabelecidas por Gal(2002).

- **Situação 4: Livro – Volume 3 – Questão 36, p.37.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_{11} , T_{14} , T_{10} e T_{13} encontradas no livro. Sendo as tarefas que atendem a BNCC as tarefas T_{B7} e T_{B8} que correspondem a T_{10} e T_{13} , respectivamente, do livro.

Enunciado. O salário dos funcionários de uma fábrica estão representados no gráfico.



Fonte: SOUZA, 2013, vol. 3, p.37

- Qual é o salário médio dos funcionários dessa fábrica?
- Calcule o desvio padrão dos salários dos funcionários.
- Se cada funcionário receber um aumento de R\$100,00, o que ocorrerá com a média dos salários? E com o desvio padrão?

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

- Tarefa T₁₁:** Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.

Subtarefa T_{11.1}: Calcular média.

Técnicas t_{11.1}:

1º passo: identificar os dados no gráfico;

2º passo: calcular a média.

Seja \bar{x} = média.

$$\bar{x} = \frac{30 \cdot 860 + 22 \cdot 1200 + 11 \cdot 1400 + 5 \cdot 2000 + 2 \cdot 2500}{30 + 22 + 11 + 5 + 2} = \frac{82600}{70} = 1180$$

$$\bar{x} = 1180 \text{ reais}$$

- Tarefa T₁₄:** Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.

Subtarefa T_{14.1}: Calcular o desvio padrão.

Técnicas t_{11.1}, t_{11.2}, t_{14.1}:

1º passo: identificar os dados no gráfico;

2º passo: calcular a variância;

3º passo: calcular o desvio padrão.

Seja \bar{x} = média; σ^2 = variância; σ = desvio padrão

$$\bar{x} = 1180 \text{ reais}$$

$$\sigma^2 = \frac{30 \cdot (860 - 1180)^2 + 22 \cdot (1200 - 1180)^2 + 11 \cdot (1400 - 1180)^2 + 5 \cdot (2000 - 1180)^2 + 2 \cdot (2500 - 1180)^2}{30 + 22 + 11 + 5 + 2}$$

$$\sigma^2 \cong \frac{10\,460\,000}{70} \cong 149\,428,57$$

$$\therefore \sigma \cong \sqrt{149\,428,57} \cong 386,56 \text{ reais}$$

c) **Tarefa T_{B7}:** Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).

Subtarefa T_{B7.1}: Compreender o significado das medidas de tendência central.

Técnica t_{B7.1}:

1º passo: calcular a nova média;

2º passo: compreender o significado das medidas de tendência central.

Seja \bar{x}_n = nova média.

$$\bar{x}_n = \frac{30 \cdot 960 + 22 \cdot 1300 + 11 \cdot 1500 + 5 \cdot 2100 + 2 \cdot 2600}{30 + 22 + 11 + 5 + 2} = \frac{89600}{70} = 1280$$

$$\bar{x} = 1280 \text{ reais}$$

Tarefa T_{B8}: Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).

Subtarefa T_{B8.1}: Compreender o significado das medidas de dispersão.

Técnica t_{B8.1}:

1º passo: calcular o novo desvio padrão;

2º passo: compreender o significado das medidas de dispersão.

$$\sigma^2 = \frac{30 \cdot (960 - 1280)^2 + 22 \cdot (1300 - 1280)^2 + 11 \cdot (1500 - 1280)^2 + 5 \cdot (2100 - 1280)^2 + 2 \cdot (2600 - 1280)^2}{30 + 22 + 11 + 5 + 2}$$

$$\sigma^2 \cong \frac{10\,460\,000}{70} \cong 149\,428,57$$

$$\therefore \sigma \cong \sqrt{149\,428,57} \cong 386,56 \text{ reais}$$

Portanto a média aumentará R\$100,00 e o desvio padrão continuará o mesmo.

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, critério de arredondamento, porcentagem, entendimento do conceito e cálculo de média e desvio padrão, interpretação de gráficos.

A **transnumeração** acontece na passagem do registro gráfico para o numérico e textual. Percebe-se que a partir da interpretação de características do mundo real apresentados pelo problema, é transmitido algum significado compreensível aos estudantes participantes do processo de ensino e aprendizagem.

Nessa atividade não tivemos trabalho desenvolvido com tabelas, portanto **não se aplica** a análise do nível de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995).

Nessa proposta, identificamos no trabalho desenvolvido com gráficos o nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989). Visto que, neste nível de compreensão é necessário que o estudante realize a interpretação e integração das informações gráficas para solucionar o problema.

Comentários:

Notamos que essa atividade faz uso dos conceitos de medidas de tendência central e dispersão, em especial, média e desvio padrão. O autor, em sua solução,

trabalha equivocadamente apenas o aspecto procedimental dos cálculos em detrimento do entendimento conceitual.

Deveria ser trabalhado nessa atividade o aspecto que a média é bastante afetada por valores extremos. Isto é, se todos os valores sofrem a mesma variação, para cima ou para baixo, a média evidentemente sofrerá variações idênticas. Enquanto, o desvio padrão, nessas condições, não se altera.

Uma outra proposta para essa atividade seria a utilização de calculadoras ou planilhas eletrônicas para agilizar os cálculos, uma vez, que o objetivo da questão é a análise dos dados e como as medidas são afetadas pela variação imposta pelo enunciado.

Dessa forma, iria proporcionar ao estudante a construção do Letramento Estatístico de forma adequada, pois o aluno teria a oportunidade de refletir sobre o efeito da variabilidade nos dados e iria atender a orientações contidas na segunda versão da BNCC.

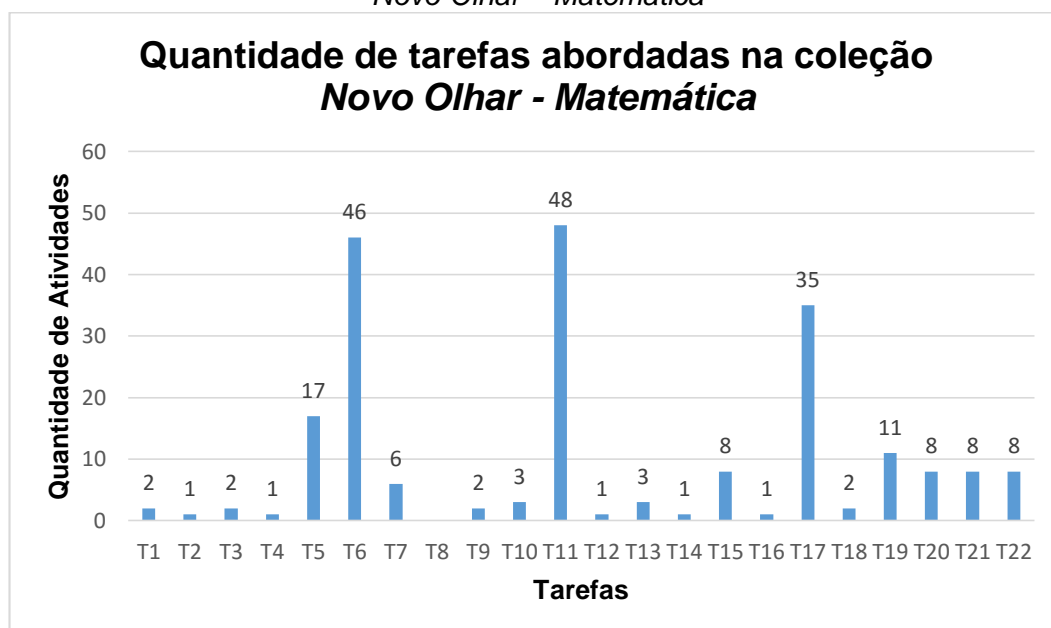
[...] merece destaque o uso de tecnologias, como o uso de calculadoras e de planilhas eletrônicas que tanto contribuem para que o trabalho não tenha foco em fórmulas e cálculos. O importante é a capacidade de interpretação do significado de uma medida (média, moda, mediana, desvio médio, desvio padrão e variância) e não o cálculo delas. (BRASIL, 2016, p.569)

6.2.3. Análise didática da coleção II

Para produzirmos nossa análise didática, observamos entre outros aspectos, a quantidade de tarefas por volume. Ou seja, a partir do levantamento estatístico da quantidade de propostas – na análise praxeológica – foi possível apontar as características da obra.

Para a coleção **Novo Olhar – Matemática**, apresentamos no gráfico a seguir a quantidade de atividades que as tarefas aparecem na obra.

Gráfico 5: Gráfico em barras com quantidade de tarefas da coleção: *Novo Olhar – Matemática*



Fonte: Autor (2017)

A partir desse gráfico, pudemos elaborar a tabela seguinte. Evidenciam-se as tarefas que foram privilegiadas, tendo assim um indicativo amplo da obra.

Tabela 4: Quantidade de tarefas abordadas na coleção *Novo Olhar: Matemática*

Tarefas da Coleção	Quantidade de Atividades
T ₈	0
T ₂ , T ₄ , T ₁₂ , T ₁₄ , T ₁₆	1
T ₁ , T ₃ , T ₉ , T ₁₈	2
T ₁₀ , T ₁₃	3
T ₇	6
T ₁₅ , T ₂₀ , T ₂₁ , T ₂₂	8
T ₁₉ , T ₅ , T ₁₇ , T ₆ , T ₁₁	11 ou mais

Fonte: Autor (2017)

Nessa coleção, observamos que são priorizadas 9 das diferentes tarefas – T₁₅, T₂₀, T₂₁, T₂₂, T₁₉, T₅, T₁₇, T₆, T₁₁ – que foram descritas anteriormente e aparecem em 8 ou mais exercícios. Por outro lado observamos que a tarefa T₈ não aparece em nenhum momento na coleção, além das tarefas T₂, T₄, T₁₂, T₁₄ e T₁₆ aparecerem somente uma vez e as tarefas T₁, T₃, T₉, T₁₈ aparecerem em apenas 2 exercícios em toda coleção.

Constatamos que a coleção poderia ter uma quantidade maior de exercícios para construção de tabelas e gráficos. Observa-se que boa parte dos exercícios existentes nela são para extrair dados e informações diretas. Ainda que a obra apresente uma boa quantidade de exercícios de aplicação e possua uma contextualização adequada, faz-se necessário explorar melhor a articulação entre as demais áreas do conhecimento, a fim de contribuir para um melhor desenvolvimento do Letramento Estatístico.

Os autores trabalham as atividades de leitura e interpretação de **gráficos** nos volumes 2 e 3. Fazem uma abordagem satisfatória com as atividades para leitura de gráficos prontos, no entanto, não exploram a parte da construção. Além de proporem poucas atividades, as que são propostas determinam um tipo específico de gráfico que deve ser construído, não permitindo ao estudante a discussão de aspectos importantes associados à sua construção, como: o grupo pesquisado (se é uma amostragem ou uma pesquisa censitária); a classificação da variável analisada (quantitativa ou qualitativa); a escolha de escalas adequadas para os eixos, bem como quais gráficos (setores, linhas, histograma, etc.) são adequados aos tipos de variáveis trabalhadas em determinado momento.

Sendo assim, concluímos que a coleção, de forma geral, proporciona um nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989), visto que nesse nível de compreensão é necessário que o estudante desempenhe uma interpretação e uma integração das informações gráficas para utilizar outros conceitos matemáticos e estatísticos a fim de encontrar as respostas pedidas.

O autor trabalha o aprimoramento da capacidade de ler e interpretar informações organizadas em **tabelas**, basicamente, a partir da retirada de dados contidos em tabelas, com o objetivo de determinar medidas de tendência e probabilidade. Sendo assim, praticamente não promove articulação entre os conceitos estatísticos e matemáticos.

Apresentando assim o **nível elementar de compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a maioria das atividades propostas exigem apenas que os estudantes retirem dados pontuais da tabela sem proporcionar nenhuma reflexão sobre elas.

A **transnumeração** é observada em praticamente toda a obra. É caracterizada,

em algumas atividades, pela passagem dos dados organizados, inicialmente, em um gráfico para registro numérico, em outras atividades na interpretação de dados contidos em textos e tabelas. No entanto, a coleção não proporciona ao estudante fazer uso simultâneo de várias representações para análise dos dados.

Além disso, a **transnumeração** é trabalhada em atividades contextualizadas apresentando situações do dia-a-dia e trazendo algum significado a partir das informações trabalhadas. Desempenhando, dessa forma, uma aprendizagem relevante e significativa para os estudantes envolvidos no processo educativo.

As **medidas de tendência central e dispersão** são trabalhadas de forma equivocada na coleção. Trabalham no volume 2 somente as medidas de centralização e no volume 3 as medidas de dispersão. Esse fato é destacado pela resenha do PLND, afirmando que “é inadequado apresentar em um volume as medidas de posição e, apenas no volume seguinte, as medidas de dispersão (BRASIL,2014, p.72)”. Além disso, privilegiam o simples cálculo das medidas em detrimento do seu entendimento conceitual.

Falta na obra uma quantidade maior de exercícios propostos sobre esse tema que articulem textos, gráficos e tabelas para favorecer um bom entendimento dos conceitos e suas aplicações.

O tema **probabilidade** é desenvolvido no volume 2 da coleção. O autor inicia o texto-base com propostas de atividades utilizando o conceito de espaços amostrais equiprováveis. Utiliza-se de situações diferenciadas como jogo de campo minado, coincidência de aniversários e genética. No entanto, não explora questões a partir de gráficos ou tabelas com distribuição de frequências, não favorecendo a integração entre o estudo da Estatística e Probabilidade.

Convém ressaltar que o autor coloca adequadamente uma pequena seção destinada à Probabilidade (fim do capítulo). De forma breve, apresenta a relação entre os temas amenizando essa problemática. Conforme a resenha do PLND, é “igualmente elogiável a associação entre o cálculo de probabilidades e a estatística”. (BRASIL,2014, p.71)

Diante do exposto, como ressaltado pela resenha do PNL 2015, podemos inferir que os autores optaram em sua organização didática por uma sistematização da obra a partir de alguns exemplos introdutórios e definições conceituais seguidas

por exercícios resolvidos e propostos, não estimulando a construção dos conceitos por parte dos alunos.

Na abordagem dos conteúdos matemáticos, as explicações teóricas, seguidas de atividades resolvidas e de exercícios de aplicação são a característica predominante na coleção. De modo geral, as sistematizações são feitas com base em alguns exemplos e, muitas vezes, pautadas em definições e em procedimentos, o que dificulta aos alunos fazerem relações entre os conceitos. Em contrapartida, nas atividades propostas, é grande a quantidade de questões desafiadoras e o aluno é frequentemente convidado a formular problemas, ainda que a utilização de diferentes estratégias para as resoluções seja pouco incentivada. (BRASIL, 2014, p.72)

Por outro lado, a obra estabelece um trabalho relevante de contextualização, estimulando a possibilidade de construção de conexões por parte dos estudantes em situações cotidianas ou ligadas a própria matemática como significado aos conceitos. (BRASIL 2014, p.72)

Levando em consideração o desenvolvimento do Letramento Estatístico proposto por Gal (2002), os livros dessa coleção proporcionam que os estudantes desenvolvam a capacidade de utilizar informações estatísticas e dados relacionados com os argumentos ou fenômenos apresentados em alguns contextos diretos. No entanto, não favorece que o estudante apresente uma postura crítica para utilizar as informações de acordo com seu entendimento de mundo.

O nível de Letramento Estatístico, proposto por Watson e Callingham (2003), presente nessa coleção é o ***inconsistente***, que numa escala de 1 a 6, em que 1 é o menor nível e 6 é o maior nível, corresponde ao nível 3.

Assim sendo, a coleção *Matemática – Contexto e Aplicações* proporciona ao estudante pouca habilidade com os conceitos matemáticos e estatísticos nesse nível de Letramento Estatístico. O aluno torna-se capaz de fazer uso dos termos específicos da ciência. Desenvolve cálculos básicos a partir de gráficos e tabelas, bem como medidas de tendência e probabilidade. Diante disso, consegue obter algumas conclusões de forma intuitiva, mas sem justificativa.

6.3. Análise da Coleção III: *Matemática: Ciência e Aplicações*

6.3.1. Visão geral da coleção III

No tocante ao eixo Estatística e Probabilidade proposto pela BNCC, a coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* de Gelson Iezzi et al., trabalha de forma equilibrada os conteúdos desse eixo nos três volumes.

Sobre o eixo Estatística e Probabilidade, a resenha do PNL 2015 atesta que:

Os conteúdos são apresentados com base em situações da atualidade, o que pode favorecer o interesse e a motivação do aluno. Porém, poucas delas oferecem possibilidades de interpretação e validação de resultados por parte do aluno. Por exemplo, há casos em que o valor encontrado para a média não pertence ao conjunto de valores assumidos pela variável, e nada se discute sobre o significado do resultado obtido. Cabe ressaltar, ainda, que as diferentes etapas da pesquisa estatística são pouco observadas. Além disso, a análise e interpretação dos dados obtidos são pouco exploradas, o que pode prejudicar o aspecto crítico primordial nesse tipo de pesquisa. (BRASIL, 2014, p.54)

No volume 1, são introduzidas as noções básicas da Estatística Descritiva ao apresentar os conceitos iniciais e nomenclaturas, bem como alguns tipos de gráficos existentes, no último capítulo do livro.

Com o intuito de fornecer ao estudante uma visão geral do papel da Estatística no cotidiano, num primeiro momento, é apresentada uma situação problema com foco no levantamento de dados. Uma empresa farmacêutica pretende lançar um novo produto no mercado, para isso contrata um instituto especializado com a finalidade de realizar um estudo detalhado dos hábitos e preferências das pessoas em relação ao produto que desejam inserir no mercado (IEZZI et al., 2014, vol.1, p. 272).

Em seguida, abordam conceitos iniciais como variável, tabelas de frequência e representações gráficas, encerrando assim a presença do conteúdo Estatística nesse volume da coleção. Desse modo, os autores deixam claro os objetivos da obra como destacamos a seguir:

Neste primeiro volume, daremos destaque ao tratamento da informação: organização e apresentação de dados em tabelas, construção e interpretação de gráficos. O estudo mais detalhado das etapas de seleção da amostra (amostragem) e a análise confirmatória dos dados obtidos na pesquisa (inferência) não fazem parte dos objetivos dessa coleção. (IEZZI et al., 2014, vol.1, p. 274)

No volume 2, os autores dão ênfase em “Análise Combinatória” e “Probabilidade”, nos dois últimos capítulos do exemplar. Sem embargo, descreveremos apenas o capítulo 16 do livro, cujo tema é “Probabilidade”, por ser a parte que nos interessa para análise e comparação com os componentes da BNCC.

Nesse capítulo os autores dissertam sobre experimentos aleatórios, definem evento e espaço amostral, fazem uma relação entre frequência relativa e probabilidade relevante. Ao definirem probabilidade com espaços amostrais equiprováveis trazem um contexto histórico sobre a teoria das probabilidades. Encontra-se conceitos como probabilidade da união e interseção de dois eventos, probabilidade condicional e eventos independentes, dessa forma, finaliza o capítulo com a lei binomial de probabilidade.

Finalmente, o estudo da Estatística Descritiva fica restrito ao volume 3 da coleção. Esse exemplar apresenta o 5º capítulo destinado exclusivamente ao tema. O volume é focado basicamente no estudo das medidas de centralização e dispersão, além de análises gráficas.

Os autores fazem uma introdução revisitando alguns conceitos apresentados no volume 1 da obra, como população, amostra, tipos de variável, tabelas de frequência e gráficos. Depois trabalham as medidas de centralização e dispersão que apesar de focarem bastante nas aplicações a partir dos cálculos, possuem também uma preocupação com o significado das medidas como podemos observar no trecho a seguir.

Média, mediana e moda são as três medidas de tendência central mais usuais que podem ser associadas a um conjunto de dados. Cada uma delas possui, como vimos, interpretação e significado próprios. Dependendo da natureza dos dados, uma ou outra dessas medidas pode ser mais adequada para representá-los quantitativamente. (IEZZI et al., 2014, vol.3, p134)

Dissertam no fim do capítulo sobre algumas aplicações como pesquisas eleitorais e como estimar públicos em grandes eventos.

A partir da distribuição dos conteúdos do eixo Estatística e Probabilidade que são apresentados em cada volume da coleção, fizemos uma tabela em que podemos observar o número de páginas destinadas a esse eixo e a quantidade de atividades por volume. Assim obtemos uma visão ampla da coleção.

Tabela 5: Tabela comparativa de páginas e exercícios da coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*

Volume	Número Total de Páginas	Total de páginas de destinadas à Estatística e Probabilidade		Número Total de Exercícios	Total de exercícios destinados à Estatística e Probabilidade	
		Qtde.	%		Qtde.	%
1º ano	320	20	6,25%	694	29	4,18%
2º ano	320	25	7,81%	638	76	11,91%
3º ano	256	29	11,33%	591	50	8,46%
Total	896	74	8,26%	1923	155	8,06%

Fonte: Autor (2017)

Observamos na tabela que a coleção possui, aproximadamente, 8,26% das páginas e 8,06% das questões destinadas ao eixo Estatística e Probabilidade. O volume do 1º ano tem a menor quantidade de páginas e exercícios. Embora o volume do 3º ano possua mais páginas destinadas ao tema não possui a maior quantidade de exercícios. O volume com a maior quantidade de exercícios relativos a esse eixo é o do 2º ano.

Temos o quadro a seguir que apresenta as tarefas identificadas na coleção bem como a quantidade abordada em cada volume, o que nos possibilita compreender como os autores estabeleceram a organização dos livros em relação aos conteúdos.

Quadro 10: Tarefas identificadas na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*

Tarefas		Volume			Total de tarefas
Sigla	Descrição da tarefa	1	2	3	
T ₁	Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados não agrupados (brutos) ou apresentados em textos ou gráficos, observando e calculando a amplitude dos dados.	8		1	9
T ₂	Construir tabela de distribuição de frequências por dados agrupados em classes pré-determinadas, ou não, a partir da amplitude dos dados.	3		1	4
T ₃	Calcular e preencher informações sobre frequências absolutas e relativas em um conjunto de dados organizados em uma tabela de distribuição de frequências.	8	1	1	10
T ₄	Identificar e classificar as variáveis de uma amostra.	4			4
T ₅	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.	15	1	9	25
T ₆	Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma).	12		11	23
T ₇	Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.	5		7	11
T ₈	Construir um gráfico determinado a partir dos dados dispostos em outro gráfico, incluindo histograma.	2		1	4
T ₉	Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.		1	5	6
T ₁₀	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).			6	6
T ₁₁	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.	1		26	27
T ₁₂	Calcular as medidas de dispersão com base em um conjunto de dados.			3	3
T ₁₃	Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de dispersão de uma pesquisa estatística (amplitude, desvio simples, desvio médio, variância e desvio padrão).			7	7
T ₁₄	Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.			13	13
T ₁₅	Interpretar um texto para identificar o espaço amostral e o evento para o cálculo de probabilidade		10		10
T ₁₆	Identificar espaços amostrais equiprováveis ou não		3		3
T ₁₇	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		29		29
T ₁₈	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando outros métodos de contagem, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		10		10
T ₁₉	Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		9		9
T ₂₀	Calcular a probabilidade de eventos aleatórios sucessivos com ou sem reposição de elementos apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		11		11
T ₂₁	Calcular a probabilidade condicional de um evento apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		7		7
T ₂₂	Calcular a probabilidade utilizando a lei binomial apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.		4		4
Total		58	86	91	235

Fonte: Autor (2017)

6.3.2. Análise praxeológica da coleção III

- **Situação 1: Livro – Volume 1 – Questão 14, p.287.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_3 , T_5 e T_7 encontradas no livro. Sendo a tarefa T_7 do livro correspondente a T_{B3} da BNCC.

Enunciado. Uma pesquisa realizada às vésperas de uma Olimpíada selecionou 2750 pessoas, distribuídas, proporcionalmente por todas as regiões do Brasil. Cada pessoa deveria responder à seguinte pergunta: Qual é o esporte que o Sr.(a) não vai deixar de acompanhar pela TV, nessas Olimpíadas? O entrevistado deveria dar uma única resposta espontânea. Os resultados obtidos na amostra estão dados na tabela de frequência abaixo:

Esportes	Frequência Absoluta
Futebol	1253
Vôlei	781
Natação	362
Basquete	189
Judô	92
Atletismo	45
Outros	28

- Construa um gráfico de barras verticais para representar os dados obtidos na pesquisa usando a frequência absoluta.
- Construindo-se um gráfico de setores para representar os dados obtidos na pesquisa, qual é a medida do ângulo correspondente a vôlei? E a judô?
- Qual a porcentagem de entrevistados que responderam judô?

Obs.: Existe no livro uma indicação permitindo/sugerindo o uso de calculadora.

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

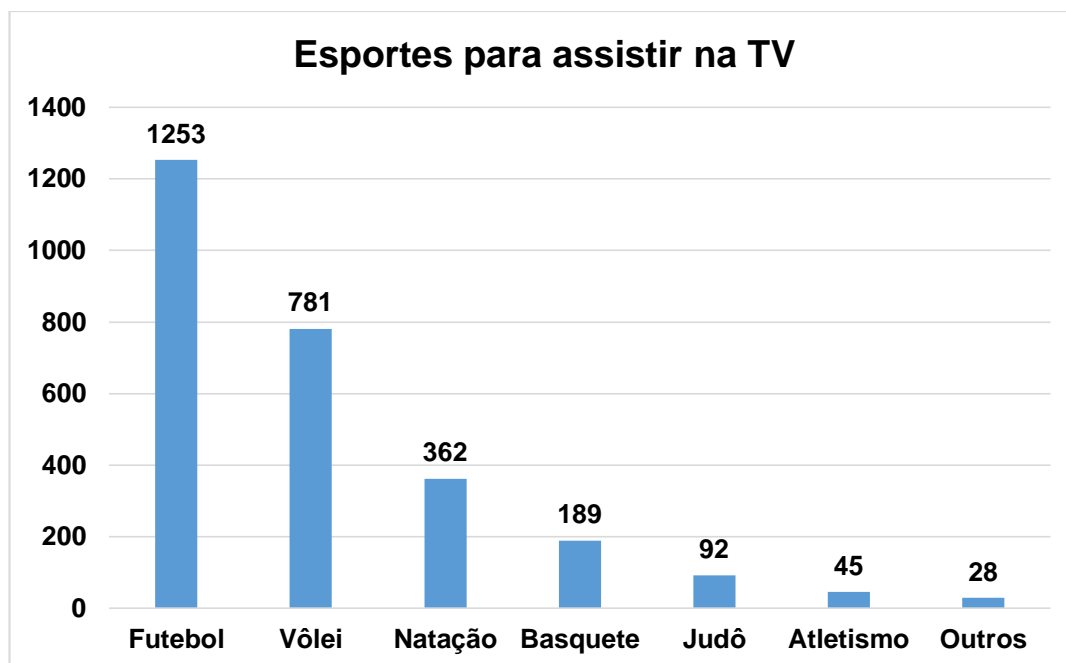
- Tarefa T_7 / T_{B3} :** Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.

Subtarefa $T_{7.2} / T_{B3.2}$: Gráfico de barras verticais

Técnica $t_{7.2} / T_{B3.2}$:

1º passo: construir barras verticais correspondentes a cada esporte, sendo a base da barra colocada no eixo horizontal (esporte) e a altura no eixo vertical (frequência). A largura das barras é opção do aluno, mas deve ser única para todas.

Gráfico 6: Gráfico de barras verticais para representar a preferência dos entrevistados



Fonte: Autor (2017)

b) **Tarefa T_7 / T_{B3} :** Construir gráficos apropriados ou pré-determinados (incluindo histograma) dada uma tabela de distribuição de frequências.

Subtarefa $T_{7.1} / T_{B3.1}$: Construir um gráfico de setores

Técnica $t_{7.1} / T_{B3.1}$:

1º passo: ler os dados disponibilizados na tabela;

2º passo: determinar as frequências relativas (porcentagens);

3º passo: conhecendo as frequências relativas (porcentagens), determinar o valor de cada ângulo do setor circular;

4º passo: construir a circunferência e, com auxílio de um transferidor, marcar os ângulos de acordo com os valores encontrados.

$$\text{Vôlei: } \frac{781}{2750} \cong 0,284 \therefore 0,284 \cdot 360^\circ \cong 102^\circ$$

$$\text{Judô: } \frac{92}{2750} \cong 0,033 \therefore 0,033 \cdot 360^\circ \cong 12^\circ$$

Gráfico 7: Gráfico de setores para representar a preferência dos entrevistados



Fonte: Autor (2017)

Obs.: Apesar do enunciado não exigir que o aluno construísse o gráfico de setores, optamos por descrever a técnica de sua construção para fornecer uma visão desse processo. Com isso, a resolução do exercício proposta pelos autores teria terminado no 3º passo.

c) **Tarefa T₅:** Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{5.1}: Extrair informações de uma tabela de frequências.

Técnica t_{5.1}:

1º passo: pegar o valor correto referente a judô na tabela.

Judô	92
------	----

Tarefa T₃: Calcular e preencher informações sobre frequências absolutas e relativas, em um conjunto de dados organizados em uma tabela de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{3.1}: Calcular frequência relativa dos dados (porcentagem %) relativo a judô.

Técnica t_{3.1}:

1º passo: somar todas as frequências absolutas e descobrir o total;

2º passo: calcular a porcentagem.

$$Total = 1253 + 781 + 362 + 189 + 92 + 45 + 28 = 2500$$

$$\frac{92}{2750} \cong 0,03345 \cong 3,35\%$$

Obs.: Ainda que o enunciado não fale em frequência relativa explicitamente, o cálculo da porcentagem nos remete a esse conceito.

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: porcentagem, ângulos e medidas, circunferência e setor circular, gráfico de setores, gráfico de barras verticais, disposição dos eixos horizontal e vertical relacionados ao contexto, variável e distribuição de frequências absolutas e relativas.

A **transnumeração** ocorre na passagem dos dados organizados inicialmente em uma tabela para uma representação gráfica pré-determinada e na articulação entre esses registros, dessa forma o estudante pode fazer uso simultâneo destas representações para análise dos dados.

Essa atividade possui o **nível elementar** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a atividade exige que o aluno apenas retire uma informação da tabela sem fazer nenhuma reflexão sobre a mesma.

Como o trabalho feito com gráficos nesse exercício foi de construção, **não se aplica** a análise do nível de **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

Nessa questão o autor demonstrou, em sua solução, uma preocupação em fazer uso das conexões entre os conteúdos matemáticos, como por exemplo,

relacionar ângulos com gráfico de setores, estando assim de acordo com um dos preceitos da segunda versão da BNCC, que indica:

[...] A partir do 8º ano, quando os conceitos de porcentagem e de ângulos já estão consolidados nas unidades de Geometria e de Grandezas e Medidas, introduz-se a construção de gráfico de setores, apesar de esse tipo de gráfico poder ter sido usado anteriormente na interpretação de publicações realizadas pela mídia. Cabe ressaltar que os/as estudantes devem compreender que o gráfico de setores só pode ser utilizado em pesquisas envolvendo 100% dos resultados possíveis. (BRASIL, 2016, p.417-418)

No entanto, vale ressaltar que no ensino médio o estudo da Estatística deve ser pautado na discussão e na investigação dos dados pesquisados (BRASIL, 2016, p. 568). Para isso, uma sugestão seria a utilização dos recursos tecnológicos, como por exemplo as planilhas eletrônicas para construção dos gráficos e discussão sobre adequação dos mesmos aos tipos de variáveis em questão.

Com isso, concluímos que apesar da atividade atender, em parte, os descritores da BNCC, da forma que esta proposta, não favorece de maneira efetiva o desenvolvimento do Letramento Estatístico para o estudante, segundo orientações das capacidades propostas por Gal (2002), pois ele não tem a oportunidade de refletir sobre a utilização do gráfico adequado a determinado tipo de variável, uma vez que este já veio predeterminado pelo enunciado.

- **Situação 2: Livro – Volume 1 – Questão 23, p.289.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_1 , T_5 e T_7 encontradas no livro. A tarefa que atende a base é a tarefa T_{B3} que corresponde a T_7 do livro.

Enunciado. Na tabela abaixo, são apresentadas as temperaturas hora a hora, em uma cidade da serra gaúcha em um dia de inverno no período de meia-noite (0:00) às 13:00:

Hora	Temperatura
0:00	1° C
1:00	-2° C
2:00	-1° C
3:00	-3° C
4:00	-5° C
5:00	-4° C
6:00	-1° C
7:00	1° C
8:00	2° C
9:00	4° C
10:00	4° C
11:00	6° C
12:00	9° C
13:00	10° C

- a) Qual a amplitude térmica registrada nesse período?
- b) Qual dos gráficos – setores, barras ou linhas – é mais indicado para representar esse conjunto de dados? Faça a representação gráfica correspondente.
- c) Em algum período a temperatura é crescente, assumindo valores estritamente negativos? Identifique-o.

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T₁**: Construir tabela de distribuição de frequências para organizar dados não agrupados (brutos) ou apresentados em textos, observando e calculando a amplitude dos dados.

Subtarefa T_{1.3}: Calcular a amplitude dos dados.

Técnica t_{1.3}

1º passo: identificar o maior e o menor valor presente na tabela;

2º passo: calcular a amplitude fazendo a subtração entre o maior e o menor valor.

$$10 - (-5) = 15^\circ \text{ C. Portanto a Amplitude é } 15^\circ \text{ C.}$$

b) **Tarefa T_{B3}**: Construir gráficos apropriados (incluindo histograma) aos diversos tipos de dados coletados e/ou apresentados em dados brutos ou em tabelas de frequência.

Subtarefa T_{B3.3}: Definir o gráfico apropriado para representar a situação.

Subtarefa T_{B3.4} Fazer um gráfico de linhas.

Técnica t_{B3.3}:

1º passo: Analisar os dados do problema e definir pelo gráfico apropriado, neste caso deve ser um **gráfico de linhas**, pois é necessário representar a variação de temperatura no decorrer do tempo.

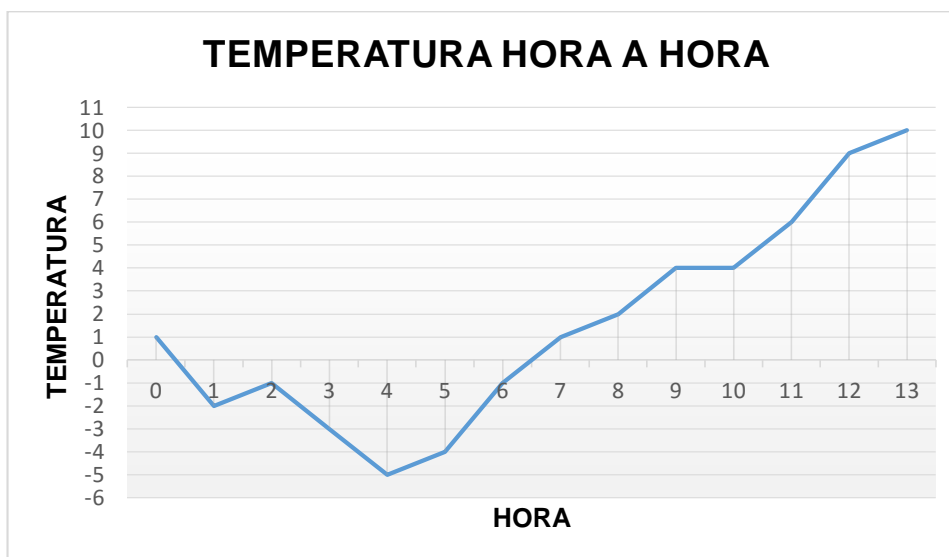
Técnica t_{B3.4}:

1º passo: estabelecer o par: hora (eixo horizontal), temperatura (eixo vertical);

2º passo: localizar o par nos eixos ortogonais;

3º passo: traçar os segmentos que ligam cada ponto localizado nos eixos.

Gráfico 8: Gráfico de linhas para representar a temperatura hora a hora



Fonte: Autor (2017)

c) **Tarefa T₅**: Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{5.1}: Extrair informações de uma tabela de frequências.

Tarefa T₆: Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações

contidas em gráficos (incluindo histograma).

Subtarefa T_{6.3}: Extrair informações em um gráfico de linhas.

Técnica t_{5.1} e t_{6.3}:

1º passo: observar que em 3 oportunidades acontece o que foi perguntado no problema;

2º passo: destacar o que se pede.

Entre 1h e 2h; das 4h às 6h e das 6h até o momento em que a temperatura chega no 0°C.

Obs.: Apesar do enunciado da atividade em sua letra c) não falar para usar o gráfico construído na letra b) nos parece bastante adequado que o aluno assim o faça. Por esse motivo elencamos a tarefa T₆ para esse item.

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: conceito de números inteiros, operações fundamentais, adequação de gráficos a uma determinada situação, plano cartesiano, pares ordenados e sua localização no plano, disposição dos eixos horizontal e vertical relacionados ao contexto, variável e amplitude dos dados apresentados em uma tabela de frequências.

A **transnumeração** ocorre na passagem dos dados organizados inicialmente em uma tabela para uma representação gráfica adequada e na articulação entre esses registros. Dessa forma, o estudante pode fazer uso simultâneo dessas representações para análise dos dados.

Essa atividade possui o **nível intermediário** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a atividade exige que o aluno descubra quais são as relações existentes entre os dados que são apresentados na tabela.

Como o trabalho feito com gráficos nesse exercício foi de construção e depois de utilização do mesmo para solucionar um problema, podemos identificar o nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível

de compreensão era necessário que o estudante realizasse a interpretação e integração das informações gráficas.

Comentários:

Nota-se que o autor em sua solução preocupou-se em fazer uso das conexões entre os conteúdos matemáticos, no item onde foi pedido o cálculo da amplitude, a relação foi percebida com as operações entre números inteiros.

Entendemos que para um melhor entendimento e promoção do Letramento Estatístico, seria interessante a utilização de algum recurso tecnológico para construção do gráfico. Com o estudo da amplitude a partir do gráfico acreditamos que ficaria mais evidente e significativo para o aluno.

Em nossa concepção, a ordem dos itens da questão deveria ser trocada, ficando a construção do gráfico como item a). E os demais itens em seguida, atendendo dessa forma as orientações da BNCC e promovendo um melhor Letramento Estatístico para o estudante, segundo orientações de Gal(2002).

- **Situação 3: Livro – Volume 2 – Questão 16, p.292.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_3 , T_5 e T_{17} encontradas no livro. Sendo a tarefa T_{17} do livro correspondente a T_{B9} da BNCC.

Enunciado. Na tabela seguinte aparece o resultado parcial do levantamento sobre hábitos alimentares realizado em uma comunidade de 200 pessoas:

	Nunca comem carne	As vezes comem carne	Frequentemente comem carne	Total
Homens	17	a	55	94
Mulheres	b	49	26	c
Total	d	e	81	200

- Determine os valores de a , b , c , d e e .
- Escolhendo ao acaso um indivíduo da comunidade, qual a probabilidade de que seja mulher e não consuma carne?
- Escolhendo ao acaso um indivíduo da comunidade, qual a probabilidade de que ele consuma carne frequentemente.

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T₃**: Calcular e preencher informações sobre frequências absolutas e relativas, em um conjunto de dados organizados em uma tabela de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{3.2}: Descobrir os valores das incógnitas para completar as frequências absolutas da tabela

Tarefa T₅: Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{5.1}: Extrair informações de uma tabela de frequências.

Técnica t_{3.2} e t_{5.1}

1º passo: identificar as incógnitas na tabela e montar equações de acordo com linhas e colunas;

2º passo: resolver as equações;

3º passo: completar a tabela.

$$a = 94 - (55 + 17) = 22$$

$$e = a + 49 = 22 + 49 = 71$$

$$c = 200 - 94 = 106$$

$$b + 49 + 26 = 106 \rightarrow b = 31$$

$$d = 17 + b = 17 + 31 = 48$$

	Nunca comem carne	As vezes comem carne	Frequentemente comem carne	Total
Homens	17	22	55	94
Mulheres	31	49	26	106
Total	48	71	81	200

b) **Tarefa T₁₇ / T_{B9}**: Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos.

Subtarefa T_{17.1} / T_{B9.1}: Calcular probabilidade utilizando dados contidos em tabelas de frequência.

Técnica t_{17.1} / T_{B9.1}:

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}}.$$

O espaço amostral ou casos possíveis é 200.

Mulher que não consome carne é 31.

$$\text{Portanto } P = \frac{31}{200} = 0,155 = 15,5\%$$

c) Para a resolução deste item, serão utilizadas a mesma tarefa, T₁₇ e técnica, t_{17.1} do item b).

O espaço amostral ou casos possíveis é 200.

Indivíduos que consomem carne frequentemente é 81.

$$\text{Portanto } P = \frac{81}{200} = 0,405 = 40,5\%$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, resolução de equações do 1º grau, conceito de proporção, porcentagem, distribuição de frequências absolutas, leitura e interpretação de dados em tabelas e conceito de probabilidade.

A **transnumeração** ocorre na passagem do registro tabular para o numérico e textual. Observa-se que a partir da medição de características do mundo real, destacadas no problema, é comunicado algum significado real e compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Essa atividade possui o **nível intermediário** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), visto que a atividade exige que o aluno interprete quais são as relações existentes entre os dados que são apresentados na tabela.

Nessa atividade não tivemos trabalho feito com gráficos, portanto **não se aplica** a análise do nível de **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

Nessa questão vale ressaltar a utilização da tabela de frequências para o cálculo de probabilidade a partir da construção do espaço amostral sem a utilização do princípio multiplicativo ou outra técnica de contagem. Essa abordagem é relevante, pois estreita a conexão entre a Estatística e o cálculo das probabilidades que, em nossa concepção, é o caminho para que o Letramento Estatístico aconteça satisfatoriamente como atesta Gal (2002).

- **Situação 4: Livro – Volume 2 – Questão 54, p.298.**

Essa questão desenvolve as tarefas **T₅, T₉, T₁₇, T₁₈ e T₁₉** encontradas no livro. As tarefas que atendem a base são as tarefas **T_{B4}, T_{B9} e T_{B10}** que correspondem a **T₉, T₁₇ e T₁₉**, respectivamente, do livro.

Enunciado. (UFBA) Os dados a seguir referem-se aos alunos matriculados nas três turmas de um curso de inglês:

	Turma A	Turma B	Turma C
Número de Meninos	17	18	15
Número de Meninas	23	22	25

Com base nesses dados, é correto afirmar (assinale as corretas):

- (01) Em cada turma, a razão entre o número de meninos e o número de meninas é menor que $\frac{3}{4}$.
- (02) O número de meninos do curso é igual a 40% do total de alunos matriculados.
- (04) A média do número de meninas por turma é menor que 23.
- (08) O número de duplas que podem ser formadas apenas com meninas é igual a 2415.
- (16) Sorteando-se um estudante do curso, a probabilidade de ser uma menina da

turma A é igual a $\frac{23}{120}$.

(32) Sorteando-se um estudante do curso, a probabilidade de ser uma menina ou de ser da turma A é igual a $\frac{87}{120}$.

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

(1) **Tarefa T₅**: Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{5.1}: Extrair informações de uma tabela de frequências.

Técnica t_{5.1}

1º passo: identificar as incógnitas na tabela e montar as razões pedidas;

2º passo: comparar com o valor dado.

$$\text{Turma A : } \frac{17}{23} \cong 0,739 < \frac{3}{4} ; \text{ Turma B : } \frac{18}{22} \cong 0,818 > \frac{3}{4} ; \text{ Turma C : } \frac{15}{25} = 0,6 < \frac{3}{4}$$

Portanto, a afirmativa é falsa.

(2) **Tarefa T₅**: Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{5.2}: Analisar dados em uma tabela de frequências.

Técnica t_{5.2}

1º passo: identificar as incógnitas na tabela;

2º passo: descobrir o total de meninos e o total de alunos;

3º passo: comparar a porcentagem dada.

$$\text{Total de Meninos: } 17 + 18 + 15 = 50$$

$$\text{Total de Alunos: } 50 + 23 + 22 + 25 = 120$$

$$40\% \text{ de } 120 = 0,4 \cdot 120 = 48 \neq 50$$

Portanto, a afirmativa é falsa.

(4) **Tarefa T_{B4}**: Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.

Subtarefa T_{B4.1}: Calcular média.

Técnica t_{B4.1}:

1º passo: identificar os dados na tabela;

2º passo: calcular a média.

Seja \bar{x} média.

$$\bar{x} = \frac{23 + 22 + 25}{3} = \frac{70}{3} \cong 23,33$$

Portanto, a afirmativa é falsa.

(8) **Tarefa T₅**: Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente dados organizados em tabelas de distribuição de frequências.

Subtarefa T_{5.1}: Extrair informações em uma tabela de frequências.

Técnica t_{5.1}

1º passo: identificar as incógnitas na tabela;

2º passo: descobrir o total de meninas;

3º passo: utilizar o conhecimento de técnicas de contagem para determinar o total de duplas possível.

$$\text{Total de Meninas: } 23 + 22 + 25 = 70$$

$$\text{Duplas de Meninas: } \frac{70 \cdot 69}{2} = 2415$$

Portanto, a afirmativa é verdadeira.

(16) **Tarefa T_{B9}**: Calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição,

com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores.

Subtarefa T_{B9.2}: Calcular probabilidade de eventos aleatórios, identificando ou construindo o espaço amostral.

Técnica t_{B9.2}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que o evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade de um evento acontecer como quociente

$$P(E) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}}.$$

$$\text{Total de Alunos: } 50 + 23 + 22 + 25 = 120$$

Meninas da Turma A: 23

$$P = \frac{23}{120}$$

Portanto, a afirmativa é verdadeira.

(32) **Tarefa T_{B10}:** Calcular a probabilidade da união de dois eventos aleatórios, utilizando representações diversas.

Subtarefa T_{B10.1}: Calcular probabilidade da união

Técnica t_{B10.1}

1º passo: identificar o espaço amostral;

2º passo: identificar os casos favoráveis para que cada evento pedido aconteça;

3º passo: calcular a probabilidade da união como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$$\text{Total de Alunos: } 50 + 23 + 22 + 25 = 120$$

$$\text{Total de Meninas: } 23 + 22 + 25 = 70$$

Meninas da Turma A: 23

Tomemos P(A): ser menina; P(B): ser da Turma A;

P(A ∩ B): ser menina da Turma A

$$P(A) = \frac{70}{120}; P(B) = \frac{40}{120}; P(A \cap B) = \frac{23}{120}$$

$$\therefore P(A \cup B) = \frac{70}{120} + \frac{40}{120} - \frac{23}{120} = \frac{87}{120}$$

Portanto, a afirmativa é verdadeira.

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos utilizados: operações fundamentais, conceito de razão e proporção, comparação entre números, porcentagem, distribuição de frequências absolutas, cálculo de média aritmética, leitura e interpretação de dados em tabelas, entendimento de técnicas de contagem e conceito de probabilidade.

A **transnumeração** ocorre na passagem do registro tabular e textual para o numérico. Nota-se a partir da medição de características do mundo real, destacadas no problema, que é comunicado algum significado real e compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Essa atividade possui o **nível intermediário** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a atividade exige que o estudante determine quais são as relações existentes entre os dados presentes na tabela.

Nessa atividade não tivemos trabalho feito com gráficos, portanto **não se aplica** a análise do nível de **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

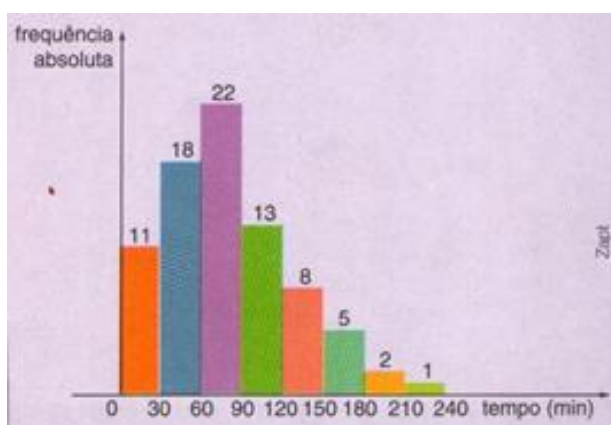
Observa-se que essa questão utiliza uma tabela de frequências para o cálculo de medidas de tendência e probabilidade a partir da construção do espaço amostral sem a utilização do princípio multiplicativo ou outra técnica de contagem. Além disso, nos demais itens exige a análise e retirada dos dados de forma crítica para solução das atividades.

Portanto, essa atividade atende as orientações contidas na BNCC e contribui para a construção do Letramento Estatístico ao possibilitar o desenvolvimento de algumas habilidades propostas por Gal (2002).

- **Situação 5:** Livro – Volume 3 – Questão 50, p.145.

Essa questão desenvolve as tarefas T_6 , T_8 , T_{11} e T_{14} encontradas no livro.

Enunciado. Um provedor de internet mediu o tempo (em minutos) de uso diário de rede por seus assinantes, por meio de uma amostragem. Com os dados obtidos na pesquisa construiu-se o seguinte histograma:



Fonte: IEZZI et al., 2014, vol.3, p. 145

- Que porcentagem do total de assinantes fica entre meia hora e uma hora e meia na rede?
- Qual é a média e a mediana o tempo de uso da internet?
- A partir do histograma anterior, faça um outro histograma agrupando os tempos de hora em hora. Calcule média, mediana e desvio padrão.

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

- Tarefa T_6 :** Interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma).

Subtarefa $T_{6.4}$: Extrair informações do gráfico de histograma.

Técnica $t_{6.4}$:

1º passo: identificar os dados no gráfico;

2º passo: determinar o total de assinantes;

Obs.: Esse exercício apresenta uma imprecisão em seu enunciado, pois no início ele fala que a pesquisa aconteceu por amostragem e depois pede uma relação com o total de assinantes. Assumiremos nesse caso, o total de assinantes como sendo o total da amostra.

3º passo: fazer a porcentagem pedida.

$$\text{Total da Amostra: } 11 + 18 + 22 + 13 + 8 + 5 + 2 + 1 = 80$$

$$\text{Total entre meia hora e uma hora e meia: } 18 + 22 = 40$$

$$\text{Porcentagem pedida: } \frac{40}{80} = 50\%$$

b) **Tarefa T₁₁:** Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.

Subtarefa T_{11.1}: Calcular média.

Subtarefa T_{11.2}: Calcular mediana.

Técnicas t_{11.1} e t_{11.2}:

1º passo: identificar os dados no gráfico;

2º passo: calcular os pontos médios das classes do histograma;

3º passo: calcular a média e mediana.

Seja \bar{x} = média.

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 11 + 45 \cdot 18 + 75 \cdot 22 + 105 \cdot 13 + 135 \cdot 8 + 165 \cdot 5 + 195 \cdot 2 + 225 \cdot 1}{11 + 18 + 22 + 13 + 8 + 5 + 2 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{6510}{80} = 81,375 \cong 81,4 \text{ minutos}$$

Seja Me = mediana

Utilizando a ideia de áreas e relação entre elas, observamos que até a 2ª classe temos $\frac{11+18}{80} = 36,25\%$ dos dados, e ao juntar a 3ª classe ficamos com $\frac{29+22}{80} = 63,75\%$ dos dados. Assim, a mediana está na 3ª classe e portanto vale:

$$\frac{Me-60}{(50-36,25)\%} = \frac{90-60}{(63,75-27,5)\%} \therefore Me - 60 = \frac{30 \cdot 13,75\%}{27,5\%} \therefore Me = 75 \text{ minutos.}$$

c) **Tarefa T₈**: Construir um gráfico determinado a partir dos dados dispostos em outro gráfico, incluindo histograma.

Subtarefa T_{8.1}: Construir histograma a partir de outro histograma.

Tarefa T₁₁: Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.

Subtarefa T_{11.1}: Calcular média.

Subtarefa T_{11.2}: Calcular mediana.

Tarefa T₁₄: Interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de dispersão.

Subtarefa T_{14.1}: Calcular o desvio padrão.

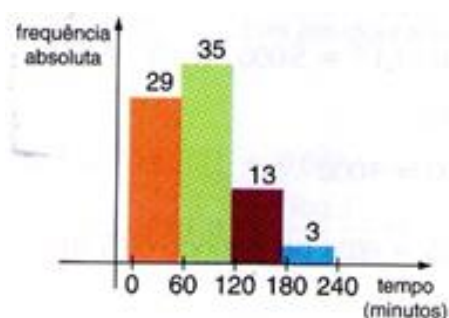
Técnicas t_{8.1}:

1º passo: estabelecer os novos intervalos e as novas frequências;

2º passo: fazer as novas marcações nos eixos ortogonais;

3º passo: traçar os retângulos de acordo com suas frequências.

Gráfico 9: Gráfico de histograma para representar o tempo de uso da internet



Fonte: IEZZI et al., 2014, vol.3, p. 351

Técnicas t_{11.1}, t_{11.2}, t_{14.1}:

1º passo: identificar os dados no gráfico;

2º passo: calcular os pontos médios das classes do histograma;

3º passo: calcular a média, mediana e desvio padrão.

Seja \bar{x} = média; Me = mediana; σ^2 = variância; σ = desvio padrão

$$\bar{x} = \frac{30.29 + 90.35 + 150.13 + 210.3}{29 + 35 + 13 + 3}$$

$$\bar{x} = \frac{6600}{80} = 82,5 \text{ minutos ou } 1,375 \text{ horas}$$

Utilizando a ideia de áreas e relação entre elas, observamos que na 1ª classe temos $\frac{29}{80} = 36,25\%$ dos dados, e ao juntar a 2ª classe ficamos com $\frac{29+35}{80} = 80\%$ dos dados. Assim, a mediana está na 2ª classe e portanto vale:

$$\frac{Me - 60}{(50 - 36,25)\%} = \frac{120 - 60}{(80 - 36,25)\%} \therefore Me - 60 = \frac{60 \cdot 13,75\%}{43,75\%} \cong 78,9$$

$$\therefore Me \cong 78,9 \text{ minutos ou } 1,314 \text{ horas}$$

$$\sigma^2 = \frac{29 \cdot (82,5 - 30)^2 + 35 \cdot (82,5 - 90)^2 + 13 \cdot (82,5 - 150)^2 + 3 \cdot (82,5 - 210)^2}{29 + 35 + 13 + 3}$$

$$\sigma^2 \cong \frac{189900}{80} \cong 2373,75$$

$$\therefore \sigma \cong \sqrt{2373,75} \cong 48,72 \text{ minutos ou } 0,81 \text{ horas}$$

Obs. A solução proposta pelos autores no item c) não apresenta os resultados em horas, mas como o enunciado assim o pede, fizemos a conversão.

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa proposta de solução, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, critério de arredondamento, conversão de unidades de medida de tempo, conceito de razão e proporção, porcentagem, conceitos de média, mediana e desvio padrão, área de retângulo, gráfico de histograma, disposição dos eixos horizontal e vertical relacionados ao contexto, variável e distribuição de frequências absolutas e relativas.

A **transnumeração** é caracterizada pela passagem dos dados organizados inicialmente em um gráfico para registro numérico e depois fazendo a transposição dos dados para uma nova representação gráfica pré-determinada (histograma). Além

disso, fica evidenciada a articulação entre esses registros proporcionando ao estudante fazer uso simultâneo dessas representações para análise dos dados.

Nessa atividade **não se aplica** a análise do nível de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a mesma **não possui** essa representação.

Nessa questão, o trabalho feito com gráficos aconteceu num primeiro momento, com a utilização das informações contidas nele para solucionar um problema, já no segundo momento, foi feita a construção e sua utilização para resolver o que foi pedido. Sendo assim, podemos identificar o nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível de compreensão era necessário que o estudante tivesse uma interpretação e uma integração dos dados do gráfico para utilizar outros conceitos matemáticos e estatísticos para encontrar as respostas pedidas.

Comentários:

Observa-se que essa questão utiliza-se de vários conhecimentos interligados à matemática, em especial, o conceito de área de retângulos para o cálculo da mediana, que podemos perceber na solução proposta pelo autor. Percebe-se também que os demais itens exigem a análise e a retirada, de forma crítica, dos dados do gráfico para solução das atividades.

Ressaltamos a inadequação do gráfico de histograma existente na proposta do exercício e em sua solução, pois não apresenta a escala do eixo vertical. Notamos uma imprecisão no enunciado que no início da atividade fala em amostragem, no entanto pede o total. Dessa forma, pode-se causar uma dúvida ao estudante quanto à aprendizagem dos conceitos de amostra e população.

Além disso, no item c) o enunciado pede para fazer o histograma de hora em hora e na proposta de solução apresenta os dados agrupados de 60 em 60 minutos. Embora seja equivalente a uma hora, em nosso entendimento o enunciado não está claro para essa finalidade.

Assim, concluímos que a atividade, se corrigida, pode contribuir para a construção do Letramento Estatístico como atesta Gal (2002).

- **Situação 6: Livro – Volume 3 – Questão 28, p.135.**

Essa questão desenvolve as tarefas T_9 , T_{10} e T_{11} encontradas no livro. As tarefas que atendem a base são as tarefas T_{B4} e T_{B7} que correspondem a T_9 e T_{10} , respectivamente, do livro.

Enunciado. Na tabela seguinte constam os valores dos dez maiores PIBs das Américas.

PIB na América em 2010	
País	PIB (em bilhões de dólares)
Estados Unidos	14.582,40
Brasil	2.087,90
Canadá	1.574,00
México	1.039,70
Venezuela	387,90
Argentina	368,70
Colômbia	288,20
Chile	203,40
Peru	153,80
Cuba	114,10

Dados: Banco Mundial

Fonte: *Almanaque Abril*, 2012

- Calcule a média e a mediana dos dados apresentados. Por que a média é bem maior que a mediana?
- Em que condição a média ficaria mais próxima da mediana? Faça os cálculos necessários.

Resolução Esperada/Sugerida pelo Autor

a) **Tarefa T_{B4} :** Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.

Subtarefa $T_{B4.1}$: Calcular média.

Subtarefa $T_{B4.2}$: Calcular mediana.

Tarefa T_{B7} : Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda

e mediana).

Subtarefa T_{B7.1}: Compreender o significado das medidas de tendência central.

Técnicas t_{B4.1} e t_{B4.2}:

1º passo: identificar os dados na tabela;

2º passo: calcular a média e mediana.

Seja \bar{x} = média; Me = mediana

$$\bar{x} = \frac{14582,40 + 2087,90 + 1574 + 1039,70 + 387,90 + 368,70 + 288,20 + 203,40 + 153,80 + 114,10}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{20800,10}{10} = 2080,01 \text{ bilhões de dólares}$$

$$Me = \frac{\text{valor5} + \text{valor6}}{2} = \frac{387,9 + 368,7}{2} = 378,3 \text{ bilhões de dólares}$$

Técnica t_{B7.1}:

1º passo: compreender o significado das medidas de tendência central.

A média é bem maior que a mediana, pois há um valor discrepante, que é o PIB dos Estados Unidos, que produz um aumento no valor da média, a mediana é resistente a valores extremos.

b) **Tarefa T_{B7}:** Compreender o significado e em quais situações podem e devem ser utilizadas as medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana).

Subtarefa T_{B7.1}: Compreender o significado das medidas de tendência central.

Tarefa T_{B4}: Calcular as medidas de tendência central com base em um conjunto de dados.

Subtarefa T_{B4.1}: Calcular média.

Subtarefa T_{B4.2}: Calcular mediana.

Técnica t_{B7.1}:

1º passo: compreender o significado das medidas de tendência central.

A média será mais próxima da mediana, se não houver valores discrepantes.

Neste caso vamos eliminar o PIB dos Estados Unidos e refazer os cálculos.

Técnicas t_{B4.1} e t_{B4.2}:

1º passo: identificar os dados na tabela;

2º passo: calcular a média e mediana.

Seja \bar{x} = média; Me = mediana

$$\bar{x} = \frac{2087,90 + 1574 + 1039,70 + 387,90 + 368,70 + 288,20 + 203,40 + 153,80 + 114,10}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{6217,70}{9} \cong 690,86 \text{ bilhões de dólares}$$

$$Me = \text{valor central} = 368,70 \text{ bilhões de dólares}$$

Discurso Teórico-Tecnológico:

Nessa questão, identificamos nas técnicas os seguintes conhecimentos matemáticos e estatísticos: operações fundamentais, critério de arredondamento, porcentagem, leitura e interpretação de dados em tabelas e entendimento dos conceitos de medidas de tendência central.

A **transnumeração** ocorre na passagem do registro tabular para o numérico. Observa-se que a partir da medição de características do mundo real, destacadas no problema, é comunicado algum significado real e compreensível para os estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Essa atividade possui o **nível avançado** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), pois a atividade exige do aluno que haja o envolvimento de uma compreensão mais ampla da estrutura dos dados apresentados na tabela, fazendo com que ele compare tendências e analise relações implícitas na tabela promovendo inclusive uma interdisciplinaridade.

Nessa atividade não tivemos trabalho feito com gráficos, portanto **não se aplica** a análise do nível de **compreensão gráfica** de Curcio (1989).

Comentários:

Nota-se que essa atividade utiliza os conceitos de medidas de tendência

central, em especial, média e mediana. Trabalha a partir do entendimento conceitual que a média é bastante afetada por valores extremos e a mediana nem tanto. Esse entendimento é fundamental para o desenvolvimento do Letramento Estatístico, como atesta Gal(2002). Além disso, a atividade apresenta dados significativos e relevantes para a formação cidadã do estudante.

Uma sugestão para essa atividade seria a utilização de calculadoras ou planilhas eletrônicas para agilizar os cálculos, uma vez que o objetivo da questão é a análise dos dados e como as medidas são afetadas por valores extremos.

Ao propor o uso dos recursos tecnológicos para essa atividade os autores estarão totalmente em consonância com a segunda versão da BNCC, onde afirma que:

[...] merece destaque o uso de tecnologias, como o uso de calculadoras e de planilhas eletrônicas que tanto contribuem para que o trabalho não tenha foco em fórmulas e cálculos. O importante é a capacidade de interpretação do significado de uma medida (média, moda, mediana, desvio médio, desvio padrão e variância) e não o cálculo delas. (BRASIL, 2016, p.569)

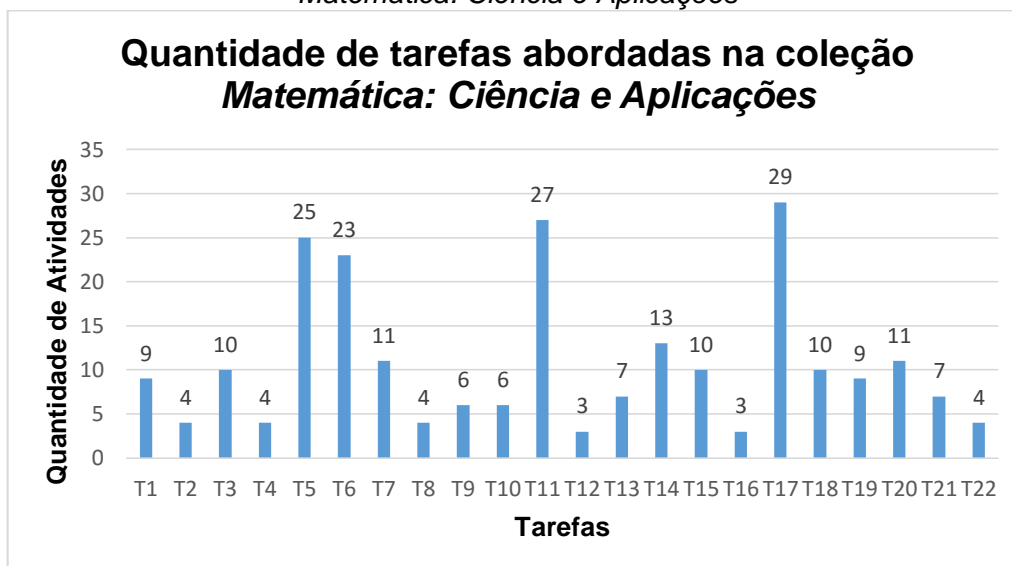
Portanto, essa atividade faz uma abordagem relevante. Atende as orientações contidas na BNCC e contribui para a construção do Letramento Estatístico ao possibilitar o desenvolvimento de algumas habilidades propostas por Gal (2002).

6.3.3. Análise didática da coleção III

Para elaborarmos nossa análise didática, entre outros aspectos, consideramos a distribuição das tarefas por volume. Em outras palavras, foi possível identificar as características da obra a partir do levantamento estatístico da quantidade de tarefas realizadas na análise praxeológica.

Para a coleção ***Matemática: Ciência e Aplicações***, apresentamos no gráfico a seguir a quantidade de atividades que as tarefas aparecem na obra.

Gráfico 10: Gráfico em barras com quantidade de tarefas da coleção:
Matemática: Ciência e Aplicações



Fonte: Autor (2017)

A partir desse gráfico, pudemos elaborar a tabela seguinte. Destacam-se as tarefas privilegiadas, nos fornecendo uma visão ampla da coleção.

Tabela 6: Quantidade de tarefas abordadas na coleção *Matemática: Ciência e Aplicações*

Tarefas da Coleção	Quantidade de Atividade
T ₁₂ , T ₁₆	3
T ₂ , T ₄ , T ₈ , T ₂₂	4
T ₉ , T ₁₀	6
T ₁₃ , T ₁₄	7
T ₁ , T ₁₉	9
T ₃ , T ₅ , T ₆ , T ₇ , T ₁₁ , T ₁₄ , T ₁₅ , T ₁₇ , T ₁₈ , T ₂₀	10 ou mais

Fonte: Autor (2017)

Nessa coleção, observamos que são priorizadas 10 das diferentes tarefas – T₃, T₅, T₆, T₇, T₁₁, T₁₄, T₁₅, T₁₇, T₁₈, T₂₀ – que foram descritas anteriormente e aparecem em 10 ou mais exercícios.

Nota-se que a coleção possui uma quantidade apropriada de exercícios na parte de leitura e interpretação de gráficos e tabelas. Exercícios que ora são para extrair dados e informações diretas, ora são para calcular medidas de tendência central ou dispersão, bem como probabilidade. A coleção apresenta uma quantidade significativa de exercícios de aplicação, explora a contextualização de maneira adequada, além de possuir uma boa articulação entre as demais áreas do

conhecimento. Posto isto, a obra favorece o desenvolvimento do Letramento Estatístico, de acordo com as capacidades estabelecidas por Gal(2002).

Os autores concentram as atividades de leitura e interpretação de **gráficos** nos volumes 1 e 3. Privilegiam gráficos prontos, em detrimento da construção dos mesmos. Aliás, a construção de gráficos é pouco exigida nas atividades, e quando exigida, os autores predeterminam qual gráfico deve-se construir. Com isso, não fazem a discussão de aspectos importantes associados à construção dos mesmos, como: o grupo pesquisado (se é uma amostragem ou uma pesquisa censitária); a classificação da variável analisada (quantitativa ou qualitativa); a escolha de escalas adequadas para os eixos, bem como quais gráficos (setores, linhas, histograma, etc.) são adequados aos tipos de variáveis trabalhadas em determinado momento.

Sendo assim, concluímos que a coleção, de forma geral, proporciona um nível de **compreensão gráfica entre os dados** de acordo com Curcio (1989), pois neste nível de compreensão é necessário que o estudante desempenhe uma interpretação e uma integração dos dados do gráfico para utilizar outros conceitos matemáticos e estatísticos a fim de encontrar as respostas pedidas.

Com relação ao desenvolvimento da habilidade de ler e interpretar dados organizados em **tabelas**, os autores apresentam em sua coleção uma grande preocupação com o tema, isso fica evidenciado ao explorar o assunto nos três volumes da coleção. Fazem abordagens diferenciadas ou interligadas com outros conceitos matemáticos e estatísticos. Desde a simples retirada de informações contidas na tabela até a utilização de seus dados para resolver problemas relacionados a gráficos, medidas de tendência ou probabilidade. Promove assim uma significativa articulação entre os conceitos supracitados.

O que nos permite concluir que a coleção apresenta o **nível intermediário** de **compreensão tabular** proposto por Wainer (1995), visto que grande parte das atividades propostas exigem dos alunos que eles descubram quais são as relações existentes entre os dados que são apresentados na tabela.

A **transnumeração** faz-se presente praticamente em toda a obra. É evidenciada em algumas atividades, pela passagem dos dados organizados em um gráfico para registro numérico, seguido de uma transposição dos dados para uma nova representação gráfica. Em outros momentos, pela passagem dos dados

organizados em uma tabela para uma representação gráfica adequada e à articulação entre esses registros. Assim sendo, possibilita que o estudante utilize simultaneamente essas representações para análise dos dados.

Além disso, a **transnumeração** é trabalhada nas atividades de maneira contextualizada, apresentando situações do mundo em que vivemos e comunicando algum significado a partir dos dados trabalhados. Sendo, dessa forma, compreensível e significativo aos estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

As **medidas de tendência central e dispersão** são trabalhadas satisfatoriamente, apesar de concentrar esse estudo no terceiro volume da coleção. Os autores trabalham de uma forma bastante significativa o papel da mediana como uma alternativa ao uso da média, quando ela está sendo influenciada por valores extremos. Para as medidas de dispersão, que caracterizam a variabilidade existente no conjunto de dados estudados, eles apresentam a amplitude como sendo “eficaz na análise da dispersão dos dados” (IEZZI et al., 2014, vol.3, p136).

No texto-base há uma preocupação em fazer com que o estudante compreenda os significados das medidas e sua utilização. A maior parte dos exercícios propostos desse tema propõe uma articulação entre textos, gráficos e tabelas que tendem a favorecer um bom entendimento dos conceitos e suas aplicações.

Para o tema **probabilidade**, o autor inicia o texto-base com atividades partindo do enfoque frequentista, proposto por Bernoulli. Em seguida, define espaços amostrais equiprováveis e faz a associação à abordagem clássica de Laplace. Com isso, o cálculo de probabilidade é trabalhado a partir de tabelas com distribuição de frequências, favorecendo dessa maneira a integração entre o estudo da Estatística e da Probabilidade.

Diante do exposto, podemos inferir que, como ressaltado pela resenha do PNLD 2015, os autores optaram em sua organização didática por uma sistematização da obra a partir de exemplos introdutórios, formalização dos conceitos e aplicação dos mesmos a partir dos exercícios propostos. No entanto, alguns exercícios propostos não favorecem uma interação professor-aluno e sim uma involuntária mecanização de aplicação dos conceitos adquiridos.

Ou seja, a obra mesmo apresentando problemas contextualizados pode melhorar a abordagem em algumas atividades para estimular a construção da

criticidade por parte dos estudantes.

A abordagem dos conteúdos adotada na obra obedece a um padrão: as noções a serem trabalhadas são, em geral, apresentadas com exemplos ou com atividades. Essas são seguidas de uma sistematização teórica e de novos exemplos ou exercícios resolvidos. Por vezes, também se observa uma quantidade exagerada de exercícios propostos. Essa forma de apresentação dos conteúdos, feita quase sempre da mesma maneira, reduz as possibilidades de escolhas para alunos e professores. Além disso, não há incentivo explícito à interação entre alunos e destes com o professor. Assim, a metodologia de ensino e aprendizagem empregada na coleção não favorece o desenvolvimento de uma postura mais autônoma e crítica por parte do aluno. (BRASIL, 2014, p. 52)

Entretanto, alguns exemplos voltados a contextualizações em práticas sociais atuais poderiam ser mais bem explorados. Por exemplo, alguns enunciados de exercícios de matemática financeira envolvem taxas e valores distantes dos praticados cotidianamente e há situações em que as amostras não são representativas da população considerada. (BRASIL, 2014, p. 52-53)

Nesse momento cabe ao professor utilizar de sua sensibilidade e conhecimento para suprir essa pequena deficiência do livro didático. Como afirmam Goulart e Coutinho (2015, p.8):

[...] é necessário que o professor tenha conhecimentos estatísticos e nível de letramento estatístico mais elevado do que o que precisam desenvolver os seus alunos. Somente assim poderá conceber e fazer a gestão de situações de aprendizagem que favoreçam o desenvolvimento do letramento de seus alunos. (GOULART; COUTINHO, 2015, p.8)

Levando em consideração o desenvolvimento do Letramento Estatístico proposto por Gal (2002), os livros dessa coleção proporcionam que os estudantes desenvolvam a capacidade de interpretar informações estatísticas, analisar os dados relacionados com os argumentos ou fenômenos estocásticos, que podem ser apresentados em diversos contextos. No entanto, não favorece de maneira satisfatória, que o estudante apresente uma postura totalmente crítica para utilizar as informações de acordo com suas convicções e entendimento do mundo que o cerca.

O nível de Letramento Estatístico, proposto por Watson e Callingham (2003), presente nessa coleção é o **consistente não crítico**, que numa escala de 1 a 6, em que 1 é o menor nível e 6 é o maior nível, corresponde ao nível 4.

Para o estudante alcançar o nível **consistente não crítico**, como mencionado anteriormente – na seção 4.2 desse trabalho – ele apropria-se dos conhecimentos

contidos nos níveis anteriores evoluindo gradativamente. Sendo assim, a coleção *Matemática: Ciência e Aplicações* proporciona ao estudante nesse nível de Letramento Estatístico habilidade com os conceitos matemáticos e estatísticos. Faz com que o estudante consiga utilizar os termos específicos da ciência, além de realizar cálculos a partir de tabelas e gráficos associados a medidas de tendência, variabilidade e probabilidade, obtendo algumas conclusões de forma pouco crítica ou intuitiva sem justificativas consistentes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa, verificamos como algumas coleções analisadas de livros didáticos do ensino médio, aprovadas pelo PNLD 2015, possibilitam ao estudante e ao professor (através do processo de ensino e aprendizagem), o desenvolvimento do Letramento Estatístico. Além disso, averiguamos se a organização didática atual dessas obras estão aptas a atender as orientações apresentadas na BNCC.

Retomamos assim, as perguntas que nortearam o desenvolvimento desse trabalho:

1. Quais as principais características apresentadas nas coleções analisadas de livros didáticos do ensino médio, aprovados pelo PNLD 2015, em relação aos conteúdos de Estatística e Probabilidade?
2. A apresentação e abordagem dos conteúdos, juntamente com a organização praxeológica das atividades propostas nos livros didáticos, favorecem o desenvolvimento das habilidades estatísticas propostas por Gal (2002)? Quais níveis de Letramento Estatístico, de acordo com Watson e Callingham (2003), as coleções contemplam?
3. As atividades que envolvem compreensão de gráficos e tabelas possibilitam aos alunos atingirem quais níveis propostos, respectivamente, por Curcio (1989), Wainer (1995)? Como acontece o processo de transnumeração dessas atividades, segundo Wild e Pfannkuch (1999)?
4. Em quais aspectos os livros didáticos deverão ser revistos para que atendam às orientações propostas pela BNCC?

Procuramos responder essas perguntas separadamente para cada coleção analisada e em seguida apresentamos nossas reflexões, conclusões e sugestões de continuidade da pesquisa.

Na coleção I, *Matemática: Contexto & Aplicações*, a partir de nossas análises, foi possível inferir que é proporcionado aos estudantes o desenvolvimento do nível de

compreensão gráfica dos dados, segundo Curcio (1989) e o **nível elementar de compreensão tabular** proposto por Wainer (1995).

Na coleção II, *Novo Olhar – Matemática*, concluímos que a obra proporciona aos estudantes o desenvolvimento do nível de **compreensão gráfica entre os dados** segundo Curcio (1989) e o **nível elementar de compreensão tabular** proposto por Wainer (1995).

Finalmente com a coleção III, *Matemática: Ciência e Aplicações*, chegamos à conclusão de que ela propicia aos estudantes o desenvolvimento do nível de **compreensão gráfica entre os dados** segundo Curcio (1989) e o **nível intermediário de compreensão tabular** proposto por Wainer (1995).

Outrossim, as três coleções desenvolvem de maneira satisfatória o processo de **transnumeração**. Em algumas atividades, é identificada a transformação de informações gráficas em numéricas. Verifica-se também em outras o transformar de dados tabulares em gráficos, possibilitando ao estudante fazer uso dessas representações para um melhor entendimento das informações e comunicando algum significado para eles.

O nível de Letramento Estatístico, proposto por Watson e Callingham (2003), identificados nas coleções I e II, é **inconsistente**, visto que proporciona ao aprendiz pouca habilidade com os conceitos matemáticos e estatísticos. O aluno, nesse nível, consegue fazer uso dos termos específicos da ciência, tornando-se capaz de fazer cálculos com gráficos e tabelas, medidas de tendência e probabilidade, ainda que suas conclusões sejam tomadas de forma intuitiva ou sem justificativa.

Para a coleção III, *Matemática: Ciência e Aplicações*, o nível de Letramento Estatístico, proposto por Watson e Callingham (2003), presente é **consistente não-crítico**, pois qualifica o estudante a partir de habilidades com os conceitos matemáticos e estatísticos. O educando torna-se apto a fazer uso dos termos específicos da ciência, além de fazer cálculos com gráficos e tabelas associados a medidas de tendência, variabilidade e probabilidade, obtendo algumas conclusões de forma pouco crítica ou intuitiva sem justificativas consistentes.

Apresentamos a seguir um quadro-resumo com os níveis de compreensão gráfica, tabular e Letramento Estatístico, proporcionado pelas coleções.

Quadro 11 – Classificação geral das coleções

COLEÇÃO	COMPREENSÃO GRÁFICA	COMPREENSÃO TABULAR	LETRAMENTO ESTATÍSTICO
<i>Matemática: Contexto & Aplicações</i>	Dos Dados	Elementar	Inconsistente
<i>Novo Olhar – Matemática</i>	Entre os Dados	Intermediário	Inconsistente
<i>Matemática: Ciência e Aplicações</i>	Entre os Dados	Intermediário	Consistente não-crítico

Fonte: Autor (2017)

Para as três coleções analisadas, se os autores acrescentarem aos livros didáticos atividades de coleta de dados, em que se estimule a capacidade de fazer a organização e composição de relatórios descritivos dos mesmos, favorecerá ao aluno compreender o significado de cada variável e que ela conduz a um tipo específico de gráfico.

Salientamos ainda, a necessidade do desenvolvimento de exercícios que explorem a reflexão e compreensão da variabilidade dos dados, pois, dessa forma, os materiais didáticos estarão contribuindo para a promoção do Letramento Estatístico proposto por Gal (2002). Possibilitaria ainda que os estudantes alcançassem os níveis **Crítico** ou **Matematicamente Crítico**, que são os mais altos possíveis, segundo classificação estabelecida por Watson e Callingham (2003).

De uma forma geral, as três coleções abordam o tema *Probabilidade* de maneira similar e adequada às propostas de Gal(2002), de acordo com o nível de estudo, além de apresentarem uma quantidade satisfatória de atividades. Destaca-se inclusive a tarefa T₁₇ – calcular a probabilidade de eventos aleatórios com e sem reposição, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e/ou o diagrama de árvores, ou dados apresentados em tabelas de distribuição de frequências, gráficos e/ou textos – como uma das mais privilegiadas nas três coleções analisadas, a partir dos gráficos 4, 5 e 10.

Sobre o tema *medidas de tendência*, a coleção I – *Matemática: Contexto & Aplicações*, não apresentou contextos significativos, enquanto a coleção II – *Novo Olhar – Matemática*, desenvolveu de forma equivocada o assunto ao trabalhar no volume 2 somente as medidas de tendência central e, no volume 3, as medidas de dispersão. Nesse aspecto, a coleção III – *Matemática: Ciência e Aplicações*, embora

concentre o estudo desse tema no volume 3 da obra, preocupa-se com o entendimento do conceito das medidas, e não com o seu simples cálculo, além de explorar questões com gráficos e tabelas favorecendo, assim, a aprendizagem.

Verificamos que a coleção I apresenta as atividades de forma muito direta e com pouca contextualização e a coleção II *Novo Olhar – Matemática*, apesar de ter uma contextualização nas atividades, não explora a articulação entre os conteúdos. Já a coleção III, apresenta uma considerável contextualização e articulação entre os conteúdos estatísticos e matemáticos.

Alteamos que a coleção III, *Matemática: Ciência e Aplicações* é a que apresenta uma distribuição mais equilibrada dos conteúdos do eixo de Probabilidade e Estatística. Em nossa concepção, possibilita o desenvolvimento do nível de Letramento Estatístico acima das outras duas coleções, todavia, ainda necessitam de adequações para atender de forma efetiva às indicações de Gal (2002). Um exemplo é entender o porquê da necessidade das pesquisas estatísticas, como são planejadas e executadas, além de exibir uma postura crítica ao utilizar os resultados obtidos para tomada de decisões de acordo com seus conhecimentos prévios.

De uma forma interessante, ao observar os gráficos 4, 5 e 10, podemos ressaltar as tarefas:

T₆ - interpretar, extrair informações e/ou analisar criticamente informações contidas em gráficos (incluindo histograma);

T₁₁ - interpretar textos, gráficos (incluindo histograma) e tabelas para determinar as medidas de tendência central.

Essas tarefas estão entre as mais privilegiadas nas três coleções analisadas. Isso nos oferece indícios que apontam uma tendência à utilização de representações gráficas e tabulares como ponto de partida para o ensino de Estatística no ensino médio, corroborando com o estudo de Coutinho (2013) (COUTINHO 2013, apud PEREIRA; SOUZA, 2016, p. 1340).

No entanto, é destacado que – embora tenhamos identificado essa quantidade expressiva de atividades envolvendo leitura e análise de gráficos e tabelas – boa parte dessas atividades não é utilizada em contextos significativos, ou no estudo dos tipos de variável estatística para serem representadas por gráficos adequados. Isso limita a promoção do Letramento Estatístico, porque “a identificação do tipo de variável é

fundamental para a decisão dos tratamentos e análises a serem realizadas” (COUTINHO; SPINA, 2016, p.12).

Diante do exposto, nossas reflexões nos permitiram constatar que as coleções analisadas não favorecem de maneira satisfatória o desenvolvimento do Letramento Estatístico, corroborando assim com o estudo de Simone Neto (2008), Coutinho (2013) e Coutinho e Spina (2016). Esses autores concluíram que a abordagem dos conteúdos estatísticos nos livros didáticos do ensino médio, aprovados pelo PNLD 2006 e 2012, não possibilitam o pleno desenvolvimento das capacidades necessárias para Letramento Estatístico, segundo Gal(2002).

Entendemos também a necessidade de adequação dos livros didáticos para atender às propostas da BNCC. Podemos afirmar que as três coleções deverão sofrer modificações em seus textos-base e em suas atividades propostas que acatem, primordialmente, as seguintes abordagens:

- Priorizar o planejamento, coleta e realização de pesquisa, determinando se a mesma deve ser amostral ou censitária;
- Exigir a construção de relatórios descritivos dos resultados de pesquisa através de textos, gráficos e tabelas;
- Que ao trabalhar as pesquisas, entendam as medidas de tendência central e dispersão como importantes para interpretação sobre o comportamento dos dados e composição dos relatórios;
- Analisar criticamente os métodos de amostragem em relatórios de pesquisas divulgadas pela mídia e as afirmativas feitas para toda a população baseadas em uma amostra;
- Analisar criticamente gráficos de relatórios estatísticos que podem induzir a erro de interpretação do leitor, verificando as escalas utilizadas, a apresentação de frequências relativas na comparação de populações distintas.

Ao longo da trajetória percorrida durante o mestrado, desenvolvemos alguns trabalhos que contribuíram para a construção desse texto e acreditamos que também para o campo de pesquisa da Educação Estatística. São eles:

- Um artigo apresentado no I EFITEM⁷ e publicado na Revista Educação Pública, de 24 de janeiro de 2017, cujo título é: *Processo de aprendizagem estatística com foco em medidas de tendência central e dispersão* (SANTOS et al.,2017)⁸.
- Um minicurso apresentado na III Semana de Matemática do IFRJ – Campus Paracambi, em outubro de 2016, intitulado: *Processo de aprendizagem estatística com foco em medidas de tendência central e dispersão com o auxílio do Google Docs e Geogebra*.
- Um recorte do presente trabalho foi aceito na modalidade de comunicação científica no VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática em Canoas – RS, e será apresentado, em conjunto com o professor Jorge dos Santos Junior, em outubro de 2017, cujo título é: *Letramento Estatístico nos livros de Ensino Fundamental e Médio e a Base Nacional Comum Curricular*.

Além disso, indicamos que existe a necessidade de mais pesquisas relacionadas a esse tema e que o aperfeiçoamento dos professores faz-se necessário a fim de que eles possam contribuir para o desenvolvimento do Letramento Estatístico dos estudantes, suprimindo as carências dos livros didáticos como já apontaram Simone Neto (2008), Coutinho (2013) e Coutinho e Spina (2016).

Acreditamos que, a partir da reformulação dos cursos de graduação em Matemática e com a oferta dos cursos de capacitação e formação continuada, os professores terão subsídios para complementar as atividades propostas pelas obras.

Assim, poderão proporcionar aos alunos a aquisição de habilidades relativas aos conceitos estatísticos proposto Gal (2002) e conseqüentemente necessários para atingir os níveis mais altos de Letramento estabelecidos por Watson e Callingham (2003).

Com esta pesquisa, esperamos contribuir com a reflexão acerca do processo de ensino aprendizagem da Estatística no ensino médio. Sugerimos a adequação diante das exigências vindouras com a iminente publicação da terceira e definitiva

⁷ I Encontro Fluminense de Inclusão e Tecnologias em Educação Matemática, em 16 e 17 de setembro de 2016

⁸ Disponível em: <<http://educacaopublica.cederj.edu.br/revista/artigos/processo-de-aprendizagem-estatistica-com-foco-em-medidas-de-tendencia-central-e-dispersao-com-o-auxilio-do-google-docs-e-do-geogebra>>

versão da BNCC para o ensino médio, uma vez que nosso estudo deu-se sobre a segunda versão.

A estrada percorrida que orientou o presente estudo e os resultados obtidos a partir de longas reflexões fez com que surgissem novas possibilidades para continuidade de pesquisa, tais como:

- Como os professores trabalham as atividades propostas nos livros didáticos do Ensino Médio e que outros recursos eles utilizam para suprir as carências dos mesmos para alcançar altos níveis de Letramento Estatístico?
- Quais critérios os professores do ensino médio utilizam para escolher os livros didáticos propostos pelo Guia PNLD?
- Como sugerir sequências didáticas que se adequem as recomendações da BNCC e que desenvolvam o Letramento Estatístico em altos níveis?
- Quais as possíveis mudanças que deverão ocorrer nas coleções analisadas neste trabalho, para que atendam as recomendações e aos componentes curriculares da BNCC para as outras unidades temáticas da Matemática?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, David P. **A aprendizagem significativa**. São Paulo: Moraes, 1982.

BARBOSA, Maria Tereza Serrano; VELASQUE, Luciane de Souza; SILVA, Alexandre Sousa. O Letramento Estatístico na Formação dos Professores: Um Tutorial Metodológico. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 397-408, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: MEC, 1997.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília: MEC, 1998.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCNEM – Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio: Parte III ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 1999.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais - ciência da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.

_____. Ministério da Educação. Fundação Nacional do Desenvolvimento da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático**. Brasília: FNDE, 2012. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico>>. Acesso em: 08 jan. 2017.

_____. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Escola Nacional de Ciências Estatísticas. **Definição de Estatística**. Rio de Janeiro: ENCE, 2013. Disponível em <<http://www.ence.ibge.gov.br/index.php/portal-graduacao/portal-grad-estatistica>>. Acesso em: 08 jan. 2017.

_____. Ministério da Educação. Fundação Nacional do Desenvolvimento da Educação. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2015**. Brasília: FNDE, 2014. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld>>. Acesso em: 08

jan. 2017.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 1ª versão. Brasília: MEC, 2015. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/BNCC- APRESENTACAO.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/BNCC-APRESENTACAO.pdf)>. Acesso em: 15 jul. 2016.

_____. Ministério da Educação. Fundação Nacional do Desenvolvimento da Educação. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2017**. Brasília: FNDE, 2016. Disponível em <<http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld>>. Acesso em: 08 jan. 2017.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2ª versão. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 15 jul. 2016.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª versão. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 06 abr. 2017.

CAMPOS, Celso Ribeiro; WODEWOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; JACOBINI, Otávio Roberto. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

CAZORLA, Irene Mauricio; KATAOKA, Verônica Yumi; SILVA, Claudia Borin da. Trajetória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. A. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Org.). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado de Letras, p. 19-44, 2010.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, 1991.

_____. L'analyse des pratiques enseignantes em théorie anthropologique du didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-265, 1999.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GASCÓN, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e aprendizagem**. Porto Alegre, Artmed, 2001.

COUTINHO, Cileda de Queiroz Silva. **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica**. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

_____. Educação estatística e os livros didáticos para ensino médio. **Educação Matemática em Foco**. EDUEPB, Campina Grande, v. 2, n. 1, p. 69-86, jan-jun 2013.

_____. O Livro Didático e a Abordagem da Estatística: O Olhar do Professor. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 257-274, 2016.

COUTINHO, Cileda de Queiroz Silva; SPINA, Gabriela. A Estatística nos Livros Didáticos de Ensino Médio - Statistics in Brazilian's High School Books. **Ensino da Matemática em Debate**. ISSN 2358-4122, v. 2, n. 2, 2016.

CURCIO, Frances R. **Developing Graph Comprehension. Elementary and Middle School Activities**. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1906 Association Drive, Reston, VA 22091, 1989.

DANTE, Luiz Roberto. Livro didático de matemática: uso ou abuso? **Em Aberto**, v. 16, n. 69, 2008.

_____. **Matemática: contexto & aplicações**. 2 ed. São Paulo: Ática. 2013, v. 1,2,3.

FRIOLANI, Luis Cesar. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). São Paulo: PUC/SP, 2007.

GAL, Iddo. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GARFIELD, Joan; GAL, Iddo. Teaching and assessing statistical reasoning. **Developing mathematical reasoning in grades K-12**, p. 207-219, 1999.

GAY, Mara Regina Garcia. **O desenvolvimento do raciocínio estatístico nos livros**

didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia para Especialização). São Paulo: PUC/SP, 2008.

GOULART, Amari; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Letramento Estatístico e o exame Nacional do Ensino Médio. In: SAMÁ, S. P.; PORCIÚNCULA, M. M. S. (Org.). **Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior.** Curitiba. Editora CRV, p. 145-153, 2015.

IEZZI, Gelson.et. al. **Matemática: ciência e aplicação.** 7 ed. São Paulo: Saraiva. 2013, v. 1,2,3.

KATAOKA, Verônica Yumi et al. A educação estatística no ensino fundamental II em Lavras, Minas Gerais, Brasil: avaliação e intervenção. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 14, n. 2, p. 233-263, 2011.

LAJOLO, Marisa. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, v. 16, n. 69, p. 03-09, 1996.

LOPES, Celi Espasandin. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. **Reunião anual da Anped**, v. 33, p. 1-15, 2010.

_____. Os desafios para educação estatística no currículo de matemática. In: LOPES, C. A. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Org.). **Estudo e reflexões em educação estatística.** Campinas: Mercado de Letras, p. 47-64, 2010.

LOPES, Paulo Afonso. Uma visão geral da Estatística. In: COUTINHO, C. Q. S. (Org.). **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica.** Campinas: Mercado de Letras, p. 19-38, 2013.

LOPES, Celi Espasandin; D'AMBROSIO, Beatriz Silva. Perspectivas para Educação Estatística de futuros educadores matemáticos de infância. In: SAMÁ, S. P.; PORCIÚNCULA, M. M. S. (Org.). **Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior.** Curitiba: Editora CRV, p. 17-27, 2015.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento. Desafios do ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática. In: SAMÁ, S. P.; PORCIÚNCULA, M. M. S. (Org.). **Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior.**

Curitiba: Editora CRV, p. 41-54, 2015.

MORAIS, Tula Maria Rocha. **Um estudo sobre o pensamento estatístico: componentes e habilidades**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC/SP, 2006.

PEREIRA, Fernanda Angelo; SOUZA, Fabiano dos Santos. O Exame Nacional do Ensino Médio e a Construção do Letramento e Pensamento Estatístico - The National Exam of Secondary Education and the Construction of Literacy and Statistical Thinking. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 3, 2016.

SÁ, Daiane Lemos de. **Elaboração e análise de um instrumento para verificar informações acerca do letramento estatístico de estudantes concluintes do ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação matemática). São Paulo: PUC/SP, 2015.

SAVIANI, Dermeval. EDUCAÇÃO ESCOLAR, CURRÍCULO E SOCIEDADE: o problema da Base Nacional Comum Curricular. **Movimento – Revista de educação**, n. 4, 2016.

SILVA, Claudia Borim da. **Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: Um estudo com professores de Matemática**. Tese (Doutorado em Educação). São Paulo: PUC/SP, 2007.

SIMONE NETO, Fernando. **Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática). São Paulo: PUC/SP, 2008.

SOARES, Magda. **Letramento: um tema em três gêneros**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

SOUZA, Leandro de Oliveira; MENDONÇA, Luzinete de Oliveira; LOPES, Celi Espasandin. A ação pedagógica e o desenvolvimento profissional de professores em Educação Estocástica. In: COUTINHO, C. Q. S. (Org.). **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica**. Campinas: Mercado de Letras, p. 19-38, 2013.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo Olhar: Matemática**. 2 ed. São Paulo: FTD. 2013, v. 1,2,3.

VELASQUE, Luciane de Souza; SILVA, Alexandre Sousa; BARBOSA, Maria Tereza Serrano. Ensino de Estatística para os anos iniciais e finais da Educação Básica utilizando Metodologia Ativa e o Programa computacional R. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, **Anais...** São Paulo, 2016. p. 1–6.

WAINER, Howard. A study of display methods for NAEP results: I. Tables. **ETS Research Report Series**, v. 1995, n. 1, 1995.

WALICHINSKI, Danieli; DOS SANTOS JR, Guataçara. A Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental: contribuições de uma sequência de ensino contextualizada. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 2, p. 81-111, 2013.

WATSON, Jane; CALLINGHAM, Rosemary. Statistical literacy: A complex hierarchical construct. **Statistics Education Research Journal**, v. 2, n. 2, p. 3-46, 2003.

WILD, Chris J.; PFANNKUCH, Maxine. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, v. 67, n. 3, p. 223-248, 1999.

ZANARDI, Danilo Claro; KNEUBIL, Fabiana Botelho; PEREIRA, Vanessa Sanches. Organização praxeológica de saberes escolares: uma comparação da equação de clapeyron em livros de física e química. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 18, n. 3, p. 601-620, 2016.