



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE CURSO DE
FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DAS IDEIAS DA BNCC

TAINÁ LOPES DA SILVA
RIO DE JANEIRO/ RJ
2020

TAINÁ LOPES DA SILVA

O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE CURSO DE
FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DAS IDEIAS DA BNCC

Trabalho de conclusão de curso de Pós-Graduação Stricto Sensu de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Dra. Aline Caetano da Silva
Bernardes

Coorientador: Dr. Tarliz Liao

RIO DE JANEIRO/ RJ
2020

Catálogo informatizado pelo(a) autor(a)

S586	<p>Silva, Tainá Lopes da O ensino da Álgebra nos anos iniciais: uma proposta de curso de formação continuada à luz das ideias da BNCC / Tainá Lopes da Silva. -- Rio de Janeiro, 2020. 224 p.</p> <p>Orientadora: Aline Caetano da Silva Bernardes. Coorientador: Tarliz Liao. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Matemática, 2020.</p> <p>1. Pensamento algébrico. 2. Atividades investigativas. 3. Formação continuada. 4. BNCC. 5. Álgebra. I. Bernardes, Aline Caetano da Silva, orient. II. Liao, Tarliz, coorient. III. Título.</p>
------	--

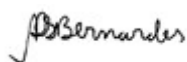
TAINÁ LOPES DA SILVA

O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS: UMA PROPOSTA DE CURSO DE
FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DAS IDEIAS DA BNCC

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Programa de Pós-
graduação em Matemática -
PROFMAT da UNIRIO, como
requisito para a obtenção do grau de
mestre em Matemática.

Aprovado em 12 / 01 / 2021.

BANCA EXAMINADORA:



Dra. Aline Caetano da Silva Bernardes (UNIRIO)



Dr. Tarliz Liao (UNIRIO)



Dra. Luzia da Costa Tonon Martarelli (UNIRIO)



Ma. Lucíola Castilho Oliveira (Colégio Pedro II)

*Dedico esta dissertação à minha mãe, meus filhos,
meu marido e especialmente aos meus professores
Eduardo Marchon (em memória) e Leires Isabel.*

AGRADECIMENTOS

Não poderia deixar de iniciar agradecendo às pessoas que estiveram todo o tempo ao meu lado durante o desenvolvimento desta pesquisa. A cada palavra, vírgula ou ideia. Com certeza lhes forneci um baita desafio, pois confesso que não sou uma pessoa fácil. Rs. Assim, agradeço à *minha orientadora, Aline*, por sua dedicação impecável e *ao meu coorientador, Tarliz*, por toda paciência e apoio. Sou muito grata por toda contribuição e suporte (técnico e emocional) que recebi.

Agradeço à *UNIRIO* por seu espaço acolhedor do qual guardarei sempre boas lembranças. E *aos professores do PROFMAT-UNIRIO* por sua dedicação.

Agradeço aos meus colegas de turma, pelas risadas e apoio de sempre.

E finalizo agradecendo à Lins por sua importante contribuição sobre o pensamento algébrico e à Paulo Freire por suas contribuições para a educação, que me inspiram todos os dias.

“O exercício da curiosidade convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar, na busca da perfilização do objeto ou do achado de sua razão de ser.” Paulo Freire

RESUMO

Esta dissertação tem por objetivo principal apresentar uma proposta de curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, elaborado à luz das ideias da BNCC e tendo como foco a Álgebra. Para os primeiros anos, a BNCC traz essa unidade temática como novidade. Até então, a Álgebra era abordada como parte constituinte de uma outra seção: o Bloco de Números e Operações. A BNCC explora melhor alguns conceitos que antes só eram aprofundados nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa mudança veio colaborar com uma nova perspectiva da formação continuada de professores. Para elaborar um curso que atendesse às necessidades trazidas pela BNCC foram selecionados referenciais teóricos, cujas ideias estivessem em consonância com este documento e que pudessem, de alguma forma, contribuir com a pesquisa. Fundamentados nesses referenciais teóricos, uma proposta de curso híbrido foi elaborada, com o objetivo de propiciar momentos de reflexão e de trocas de experiências sobre o ensino da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. O curso é permeado de atividades investigativas, organizadas de acordo com as habilidades da unidade temática Álgebra dos anos iniciais. A partir dos estudos realizados e da elaboração do curso, busca-se refletir sobre a importância de desenvolver no professor uma postura reflexiva constante, a qual pode contribuir para a melhoria da qualidade de ensino.

Palavras-chave: Formação continuada. BNCC. Álgebra. Pensamento algébrico. Atividades investigativas.

ABSTRACT

The main objective of this dissertation is to present a proposal of a course for a continuing education to teachers in the early years of elementary school, prepared in the light of the ideas of the BNCC and focusing on Algebra. For the first few years, the BNCC brings this thematic unit as a novelty. Until then, Algebra was approached as a constituent part of another section: the Block of Numbers and Operations. BNCC explores some of the best concepts that were previously only deepened in the final years of elementary school. This change came to collaborate with a new perspective on continuing the education of teachers. To develop a course that meets the needs brought by BNCC, theoretical references were selected, to develop ideas that were aligned with this document and that could, in some way, contribute to the research. Based on these theoretical references, a hybrid course proposal was elaborated, with the objective of providing moments of reflection and exchange of experiences on the teaching of Algebra and the development of algebraic thinking. The course is permeated with investigative activities, organized according to the skills of the Algebra thematic unit of the early years. Based on the studies carried out and the course elaboration, we seek to reflect on the importance of developing a constant reflexive posture in the teacher, which can contribute to improving the quality of teaching.

Keywords: Continuing education. BNCC. Algebra. Algebraic thinking. Investigative activities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estrutura da BNCC	22
Figura 2: O Ensino da Álgebra nos anos iniciais.....	46
Figura 3: Primeiro encontro.....	48
Figura 4: Como nascem os paradigmas	49
Figura 5: Slide - Pluralidade na educação	51
Figura 6: Segundo encontro.....	52
Figura 7: Meme	53
Figura 8: Página inicial.....	57
Figura 9: Aba - Atividades.....	58
Figura 10: Questionário - Antes de iniciar	59
Figura 11: Primeira atividade do questionário "Antes de iniciar"	60
Figura 12: Segunda atividade do questionário "Antes de iniciar"	60
Figura 13: Material de apresentação da etapa do curso na plataforma.....	62
Figura 14: Estrutura do curso na plataforma e dicas	63
Figura 15: Álgebra nos anos iniciais	64
Figura 16: 1º ano do E.F.	66
Figura 17: Atividades sobre sequências para o 1º ano.....	67
Figura 18: Atividades sobre sequências para o 2º ano.....	68
Figura 19: Atividade sobre Relação de igualdade para o 3º ano	71
Figura 20: Atividade sobre Propriedades da igualdade para o 4º ano	72
Figura 21: Atividade sobre proporcionalidade para o 5º ano	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Competências gerais	19
Quadro 2: Competências específicas da matemática do Ensino Fundamental.....	23
Quadro 3: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 1º ano do E. F.....	27
Quadro 4: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 2º ano do E. F.....	28
Quadro 5: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 3º ano do E. F.....	28
Quadro 6: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 4º ano do E. F.....	29
Quadro 7: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 5º ano do E. F.....	30
Quadro 8: Segundo objeto de conhecimento do 1º ano do E. F. e habilidade correspondente.	66
Quadro 9: Segundo objeto de conhecimento do 3º ano do E. F. e habilidade correspondente.	70
Quadro 10: Quarto objeto de conhecimento do 4º ano do E. F. e habilidades correspondentes.	71

SUMÁRIO

Capítulo 1: Introdução	13
Capítulo 2: Referencial Teórico	17
2.1 Base Nacional Comum Curricular	17
2.1.1 Competências gerais e estrutura da BNCC	19
2.1.2 A Matemática do Ensino Fundamental segundo a BNCC	22
2.1.3 O ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental	26
2.2 Álgebra e pensamento algébrico	30
2.3. As atividades investigativas	36
2.4 Nossa perspectiva para formação de professores: o professor pesquisador e reflexivo	39
Capítulo 3: Metodologia	44
Capítulo 4: Um curso de formação continuada sobre o ensino de Álgebra para professores dos anos iniciais	46
4.1 Etapa Presencial	48
4.1.1 Primeiro encontro presencial (Duração estimada: 2h):	48
4.1.2 Segundo encontro presencial (Duração estimada: 4h):	52
4.2 Etapa online	56
4.2.1 Plataforma <i>Google Classroom</i>	56
4.2.2 Encontros por videoconferência (Duração estimada de cada encontro: 2h)	74
Capítulo 5: Considerações finais	76
REFERÊNCIAS	79
Apêndice A - Carga horária obrigatória de disciplinas de matemática em cursos de pedagogia de algumas das principais universidades do estado do Rio de Janeiro	81
Apêndice B – Plataforma <i>Google Classroom</i>	84

Notas iniciais

Escrever sobre mim talvez esteja sendo a tarefa mais difícil desta dissertação. Gostaria de iniciar contando que desde criança sonhava em ser professora e... olhe eu aqui, realizando mais um sonho... Mas a história não é bem essa.

Sempre tive muita facilidade com a matemática, dificilmente eu era desafiada. Tudo me parecia fácil demais. Eu não gostava das aulas de matemática em geral. Não tenho muitas boas lembranças. A maioria delas eu ficava por longos tempos esperando o seu final. Abaixava a cabeça para tirar uma soneca enquanto a professora explicava pela décima vez o que eu já havia compreendido olhando o livro. Daí vinham as broncas. Não pode dormir em sala de aula. É falta de respeito.

- Então posso beber água?

- De novo???

Mas não foi sempre assim. Tive o prazer de ter aulas com bons professores. Nos primeiros anos do Ensino Fundamental com certeza tive bons professores, mas não me lembro com detalhes de minhas experiências nas aulas de matemática daquela época. Nos anos finais, uma professora me marcou bastante. Leires Isabel. Na 6ª série ela me apresentou o livro de Malba Tahan, *O Homem que Calculava*. Foi o primeiro momento que me lembro de ter tido gosto, de verdade, pela matemática. Leires leu para a turma o problema dos olhos verdes e azuis (é assim que me lembro dele). E, eu, tive vontade de ler o livro inteiro. Mas engraçado que não o fiz. Não era estudiosa a esse ponto. Estava naquela fase que só quer saber dos amigos e de se divertir. As aulas da Leires me atraíam. Eu finalizava rápido os deveres e ia para o final do livro. Gostava de me adiantar com a matéria. E ela me tirava as dúvidas, mesmo não sendo tema da aula. Assim, fazia valer cada minuto ali. É o que me lembro com muito carinho e agradecimento.

No ensino médio, no primeiro ano, tive aula com o Dudu, Eduardo Marchon, sem dúvida nenhuma o melhor professor de matemática que Rio das Ostras já conheceu e o melhor professor da vida de todos os que tiveram aula com ele. As aulas e as explicações do Dudu são a minha inspiração para a professora que sou hoje. Gostaria de um dia poder ser como ele. Dudu tornava tudo simples. Tudo ficava fácil para todos, até para os alunos com mais dificuldade. Lembro em detalhes de sua explicação sobre logaritmo e a rápida aprendizagem de toda a turma sobre o tema. Era incrível. Dudu se foi em meio a pandemia, mas nunca sairá de nossos corações e sempre será minha inspiração.

Por fim, finalizei o Ensino médio, em 2005, com a melhor equipe de professores, no Pensi Icaraí. Ouvi as histórias de vida do Rodrigo Villard e do Marcio Cohen sobre como estavam alcançando o sucesso na vida tão novos. Foi um ano de muitas inspirações. Muito crescimento pessoal. Mas ainda não foi ali que me descobri professora. Ainda não pensava em entrar para a área da educação. Queria fazer Engenharia de Produção, um dos cursos mais concorridos nos vestibulares daquele ano. Resultado: não passei no vestibular das universidades públicas para esse curso e não faria particular.

Quando me inscrevi para o vestibular do Cederj, que não tinha engenharia para a minha cidade ainda, optei por matemática pensando em fazer disciplinas comuns à engenharia com objetivo de pedir dispensa quando mudasse de curso. E foi assim que tudo começou.

No final do primeiro período do curso de licenciatura em matemática me inscrevi para um programa de estágio que a prefeitura de Rio das Ostras estava oferecendo. Trezentos reais de bolsa. Naquela época era bastante dinheiro, principalmente para quem ainda morava com a mãe. Assim, comecei a dar aulas de reforço escolar em uma escola da prefeitura em julho de 2006. Lá me apaixonei pela educação.

Até o momento eu só conhecia a realidade das escolas particulares, onde estudei toda a minha vida. Desconhecia a realidade de escolas públicas. Comecei a me incomodar com o déficit que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental apresentavam em relação à matemática. O que eles teriam feito em todos os anos anteriores na escola? Por que ainda não haviam aprendido o básico? Ficava me perguntando como isso era possível, mesmo com ótimos professores na escola.

Entender tudo aquilo era um desafio. E sempre gostei de desafios. Talvez tenha sido o que mais me atraiu para essa área. Sou do tipo que quando vê algo de errado, quer consertar e não sossega até conseguir.

Em 2013 comecei a dar aulas em um colégio estadual. Lá me apaixonei por dar aulas de matemática, pelas minhas turmas e meus alunos. Amo cada aluno que passou por mim. Nos anos que se sucederam pude ver o quanto um professor pode fazer a diferença na vida de seus alunos. Busquei no mestrado crescimento profissional, e na dissertação, uma forma de fazer a diferença não apenas na vida dos meus alunos. Eu queria atingir mais. Foi assim que pensei em um curso que atendesse aos professores. Mais precisamente aos professores dos anos iniciais.

Capítulo 1: Introdução

O documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi homologado no ano de 2017 pelo Ministério da Educação (MEC), direcionado à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental, definindo

[...] o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2017. p. 7)

Dessa forma, foi dado às instituições de ensino básico um prazo de adaptação de dois anos para revisar suas práticas, devendo implementar, obrigatoriamente, as ações recomendadas pelo documento até o início do ano de 2020.

Em paralelo a esta exigência oficial, ocorreu no ano de 2020 a pandemia da Covid-19 que transformou temporariamente, por força da Portaria n.343/MEC, o ensino presencial em ensino remoto nas escolas, fazendo com que equipes docente, pedagógica e diretiva, alunos e pais precisassem se adaptar a uma nova realidade.

Todo o ensino no país precisou ser repensado abruptamente. As vivências, novidades e aprendizagens que foram impostas por conta do distanciamento social tornaram-se impulsionadoras de uma reformulação da educação, que já estava sendo pensada através da BNCC. Toda esta aprendizagem obtida no corrente ano deve servir de base para a reconstrução desse modelo de ensino, que já estava obsoleto e precisando de renovação uma vez que ainda está calcado nos moldes tradicionais, com centralidade na figura docente e no livro didático.

Assim, desenvolvemos esta pesquisa com objetivo de proporcionar um momento de estudo, reflexão, troca de experiências e formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental tendo como base a BNCC e com foco na unidade temática Álgebra.

Para a escolha do tema do curso, analisamos a BNCC e as principais mudanças trazidas por este documento. Nesta análise, observamos que o ensino da unidade temática Álgebra que, antes da implementação da nova BNCC, tinha menção e exploração mais

específicas de alguns pensamentos algébricos apenas nos anos finais do Ensino Fundamental¹, agora se inicia a partir dos primeiros anos.

Buscamos refletir sobre a carreira dos professores dos anos iniciais, o impacto dessa mudança sobre suas práticas de sala de aula e que tipo de ajuda o nosso curso poderia fornecer. Observamos as grades dos cursos de Pedagogia de algumas das principais universidades do estado do Rio de Janeiro (UNIRIO, UERJ, UFRJ, PUC e UFF) (Apêndice A) com objetivo de entender melhor a formação de professores de nível superior no que se refere à disciplina de matemática. Nesta observação, nos deparamos com um reduzido percentual de carga horária de disciplinas dedicadas aos estudos desta disciplina. Além disso, nas ementas não constam tópicos dedicados ao estudo da Álgebra. Segundo a BNCC (2017),

A BNCC por si só não alterará o quadro de desigualdade ainda presente na Educação Básica do Brasil, mas é essencial para que a mudança tenha início porque, além dos currículos, influenciará a formação inicial e continuada dos educadores, a produção de materiais didáticos, as matrizes de avaliações e os exames nacionais que serão revistos à luz do texto homologado da Base. (BRASIL, 2017, p. 5)

Desta forma, os professores dos anos iniciais receberam o desafio de reformularem suas didáticas de sala de aula para se adequarem à legislação. A lacuna que observamos nas ementas das disciplinas voltadas para a matemática em alguns cursos de Pedagogia e as novas demandas da BNCC apontam para a necessidade de uma revisão das grades curriculares desses cursos e também para a importância das formações continuadas para os professores dos anos iniciais. A partir dessas ideias, buscamos sintonizar o nosso curso com as principais demandas do seu público-alvo.

Realizamos uma revisão de literatura buscando autores que pudessem contribuir com o desenvolvimento do nosso curso. Iniciamos, buscando trabalhos sobre a Álgebra, tentando entender historicamente seu ensino na educação básica e as perspectivas atuais para o seu desenvolvimento.

Nestas pesquisas encontramos os artigos do Romulo Campos Lins sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico. Lins dedicou anos em estudos sobre o tema e suas ideias estão alinhadas com a proposta da BNCC sobre os estudos com a Álgebra nos anos iniciais. Através de alguns de seus artigos como, por exemplo, “O Modelo Teórico dos

¹ A Álgebra já era citada de maneira mais específica nos Objetivos de Matemática para os 3º e 4º Ciclos (anos finais do Ensino Fundamental) como “pensamento algébrico”, o que não acontecia nos Objetivos de Matemática para os 1º e 2º Ciclos (anos iniciais do Ensino Fundamental). (PCN Matemática 3º e 4º ciclos do EF, 1998, p. 64 e p.81, disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>, acessado em 04/01/2021.)

Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da Álgebra e do pensamento algébrico” (1994a), “Álgebra e o pensamento algébrico na sala-de-aula” (1994d) e “Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI” direcionamos nossas ideias e aprofundamos nossos estudos.

A partir daí, encontramos outros autores que contribuíram para a nossa pesquisa como Canavarro (2009), Fiorentini e Miorim (1993) e, ainda, Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005). Esses autores, em consonância com a BNCC, apontam a importância de se iniciar mais cedo os estudos desta unidade temática através do desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, eles recomendam atividades exploratórias e investigativas como uma importante ferramenta de aprendizagem do pensamento algébrico. Para essa análise, recorreremos aos estudos de João Pedro da Ponte (1995, 2003), que foram muito enriquecedores para a nossa pesquisa.

Isto posto, a pesquisa para esta dissertação traz como produto final um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental com a temática Álgebra, à luz das ideias da BNCC. Esta se faz muito importante neste momento, tanto devido às mudanças trazidas pela BNCC - a ênfase dada ao estudo da Álgebra nos anos iniciais através do desenvolvimento do pensamento algébrico, com as atividades exploratórias e investigativas - quanto pelas mudanças no ensino impulsionadas pela pandemia e o distanciamento social.

Todo o curso foi pensado e elaborado de modo a auxiliar professores neste momento tão único. A estrutura possui duas etapas principais: uma presencial e outra remota, que podem ser vistas, pormenorizadamente, nos próximos tópicos e ainda, toda a sustentação dos aportes teóricos. É importante ressaltar que a aplicação do curso pode e deve ser personalizada de acordo com as necessidades e particularidades do grupo de cursistas em questão.

No capítulo 2, trazemos todo o referencial teórico utilizado na construção do curso, são eles: a análise da BNCC (BRASIL, 2017), o ensino da Álgebra nos anos iniciais através do desenvolvimento do pensamento algébrico, a utilização de atividades exploratórias e investigativas nos anos iniciais e a nossa perspectiva sobre a formação de professores.

No capítulo 3, apresentamos a metodologia utilizada no desenvolvimento desta pesquisa e no capítulo 4, apresentamos o nosso curso. Para finalizar, no capítulo 5 apresentamos nossas considerações finais.

Esperamos que esta dissertação possa ser útil para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que busquem inspiração para desenvolver atividades investigativas e

exploratórias e que busquem exemplos de como o pensamento algébrico pode ser desenvolvido nesta etapa do ensino. Que possa ser útil também para professores dos anos finais do Ensino Fundamental que busquem informações sobre como a Álgebra pode ter sido ensinada na etapa anterior a que ele vai atuar. Que possa ser útil ainda a outros discentes do PROFMAT que desejem dedicar sua pesquisa de dissertação ao ensino de matemática nos anos iniciais ou a formação de professores dos anos iniciais.

Capítulo 2: Referencial Teórico

Este capítulo tratará a respeito da fundamentação teórica que norteia a presente pesquisa de mestrado. Para tanto, este é dividido em alguns itens: no 2.1 iremos tratar da BNCC, que inclui as competências gerais e a estrutura da BNCC, a matemática do ensino fundamental segundo a BNCC e o ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no item 2.2 traremos uma discussão a respeito da Álgebra e pensamento algébrico, no item 2.3 nos deteremos a respeito do conceito que trata sobre atividades investigativas e no item 2.4 discutiremos nossa perspectiva para formação de professores quanto às perspectivas do professor pesquisador e reflexivo.

2.1 Base Nacional Comum Curricular

A BNCC, instituída em 2017 pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), é um documento de carácter normativo que norteia a construção dos currículos nas escolas com objetivo de assegurar o acesso a uma educação de qualidade para todos os estudantes de Educação Básica. Não é um currículo a ser seguido, mas sim, um documento que estabelece um conjunto de aprendizagens ditas essenciais a serem desenvolvidas pelos estudantes no ensino básico, tanto nas redes particulares de ensino como nas redes municipal, estadual e federal (BRASIL, 2017). Isto posto, as escolas devem elaborar seus currículos de forma que se alinhem à BNCC e à realidade e vivências da criança.

Um dos argumentos em defesa da BNCC, é assegurar que uma criança que mude de escola, seja na mesma cidade ou cidade vizinha, ou até mesmo outro estado, não se prejudique com a disparidade de aprendizagem existente entre a escola de origem e a sua nova escola, possibilitando a continuidade dos estudos. A criação de uma Base Nacional Curricular foi prevista na Constituição Brasileira de 1988, que por meio de seu Artigo 210² propõe-se a fixação de conteúdos mínimos para o ensino fundamental, além de citar o ensino religioso como disciplina optativa e assegurar às comunidades indígenas processos próprios de aprendizagem e com o uso de suas línguas maternas.

²“Art. 210. Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.” (Fonte: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm, acesso em 16.09.2020)

Em 20 de dezembro de 1996 foi aprovada a lei 9.394 que regulamenta a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) para educação básica. A LDB estabelece conceitos importantes para diferenciar a BNCC de currículos:

[...] a LDB deixa claros dois conceitos decisivos para todo o desenvolvimento da questão curricular no Brasil. O primeiro, já antecipado pela Constituição, estabelece a relação entre o que é básico-comum e o que é diverso em matéria curricular: as competências e diretrizes são comuns, os currículos são diversos. O segundo se refere ao foco do currículo. Ao dizer que os conteúdos curriculares estão a serviço do desenvolvimento de competências, a LDB orienta a definição das aprendizagens essenciais, e não apenas dos conteúdos mínimos a ser ensinados. Essas são duas noções fundantes da BNCC. (BRASIL, 2017, p.11)

As conferências nacionais de educação³ (CONAE) promovidas no ano de 2010 e mais à frente, em 2014, foram pontos importantes na concepção da BNCC. A primeira cita a necessidade da elaboração de uma base comum como plano nacional de educação e a segunda colaborou com propostas e reflexões que vieram a estimular e servir de suporte à mobilização pela construção da base.

A Portaria nº 592⁴, 17 de junho de 2015 instituiu, para elaboração da proposta da BNCC, uma comissão de especialistas composta por 116 membros. Segundo esta portaria, a comissão foi composta de professores pesquisadores de universidades com reconhecida contribuição a Educação Básica e na temática da formação de professores, e ainda por professores em exercício nas redes estaduais, do Distrito Federal e de redes municipais, bem como especialistas com vínculo com as secretarias estaduais das unidades da federação.

Assim, a primeira versão da BNCC foi disponibilizada em 16 de setembro de 2015, mobilizando escolas e educadores de todo o país na discussão desse documento. Depois de muito debate e contribuições à elaboração, sua versão final referente às etapas da Educação Infantil e Ensino Fundamental foi homologada em 20 de dezembro de 2017 pelo então Ministro da Educação, Mendonça Filho. Dois dias após, o Conselho Nacional de Educação apresentou resolução CNE/CP nº 2 que instituiu e orientou a implementação da BNCC referente a essas etapas, já então homologadas.

³ Fonte: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico>.

Link para o Documento Final da CONAE 2010 e 2014:

http://conae.mec.gov.br/images/stories/pdf/pdf/documentos/documento_final_sl.pdf

<http://fne.mec.gov.br/images/doc/DocumentoFina240415.pdf>

⁴<https://www.jusbrasil.com.br/diarios/94124972/dou-secao-1-18-06-2015-pg-16>

O documento oficial da BNCC que trata da educação Infantil e do ensino fundamental, homologada 2017, também possui em sua estrutura apontamentos referentes ao ensino médio. Porém, neste trabalho, tratamos somente das duas primeiras etapas de ensino. De forma mais específica, nos concentramos na parte que trata da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.1.1 Competências gerais e estrutura da BNCC

Inicialmente, a BNCC propõe dez Competências Gerais que não dizem respeito especificamente à matemática, português, ciências ou qualquer outra disciplina específica. Essas buscam assegurar os direitos de aprendizagem e desenvolvimento previstos na Lei de Diretrizes e Bases (LDB).

É imprescindível destacar que as competências gerais da Educação Básica, apresentadas a seguir, inter-relacionam-se e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores, nos termos da LDB." (BRASIL, 2017, p. 8-9)

Adiante, iremos numerar e indicar as competências gerais contidas na BNCC acerca da Educação Básica (2017, p. 9-10):

Quadro 1: Competências gerais

	Competências gerais
1	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

A educação tende a evoluir conforme as necessidades da sociedade. A escola, a difusão da educação básica, a divisão entre ensino fundamental, médio e superior, tudo isso tem relação com o histórico da evolução social dos homens, com sua construção política e desenvolvimento da economia e estrutura social. Nesse contexto, a BNCC direciona suas ações pedagógicas para a educação integral e busca alcançar tais objetivos por meio do desenvolvimento de competências, reconhecendo a necessidade de adequação às demandas da sociedade atual.

Segundo o documento, competência é definida como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.” (2017, p.8). Ainda segundo a Base, “o conceito de competência, adotado pela BNCC, marca a discussão pedagógica e social das últimas décadas e pode ser inferido no texto da LDB [...]”. (BRASIL, 2017, p.13)

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades. Nesse contexto, a BNCC afirma, de maneira explícita, o seu compromisso com a educação integral. (BRASIL, 2017, p.14)

As competências perpassam o desenvolvimento de aprendizagens de várias disciplinas. Analisando, por exemplo, a 4ª competência, a qual destaca a utilização de diferentes linguagens para se expressar e se comunicar, são citados conhecimentos de linguagens artísticas, matemática e científica.

A resolução que institui e orienta a implementação da BNCC para a Educação Infantil e o ensino fundamental autorizam instituições ou redes de ensino a alinhar seus currículos e propostas pedagógicas a partir da data de publicação desta e que a adequação dos currículos deve ser efetivada preferencialmente até 2019 e, no máximo, até o início do ano letivo de 2020. Os sistemas e redes de ensino são os responsáveis por reelaborar os currículos, as escolas têm como função elaborar suas propostas pedagógicas e os professores possuem o importante papel de fazer com que tais mudanças cheguem ao aluno através da adaptação de suas práticas pedagógicas e planos de aulas.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 15, grifo do autor), “os sistemas e redes de ensino e as instituições escolares devem se planejar com um claro foco na **equidade**, que pressupõe reconhecer que as necessidades dos estudantes são diferentes.” Assim, é preciso ter em mente que a BNCC propõe o que é considerado essencial para todas as regiões do Brasil, mas cabe a cada sistema e rede de ensino, cada escola, cada professor adaptar, moldar e complementar de forma que atenda às necessidades e particularidades locais.

[...] BNCC e currículos têm papéis complementares para assegurar as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da Educação Básica, uma vez que tais aprendizagens só se materializam mediante o conjunto de decisões que caracterizam o currículo em ação. São essas decisões que vão adequar as proposições da BNCC à realidade local, considerando a autonomia dos sistemas ou das redes de ensino e das instituições escolares, como também o contexto e as características dos alunos. (BRASIL, 2017, p. 16)

O documento ainda apresenta textos introdutórios (geral, por etapa e por área) e uma estrutura geral dividida nas três etapas da Educação Básica (educação infantil, ensino fundamental e ensino médio).

A etapa do ensino fundamental se apresenta dividida em 5 áreas de conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. Cada uma dessas áreas se desdobra em um ou mais componentes curriculares. Temos que a área de linguagens se desdobra em 5 componentes: Língua Portuguesa, Arte, Educação Física e Língua Inglesa. A área da Matemática possui apenas a própria Matemática como componente curricular, assim como a área de Ciências da Natureza apresenta apenas Ciências como

componente curricular. A área de Ciências Humanas apresenta dois componentes curriculares: Geografia e História. Por último, a área de Ensino Religioso - que, segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 435) é “Estabelecido como componente curricular de oferta obrigatória nas escolas públicas de Ensino Fundamental, com matrícula facultativa [...]” - possui apenas o próprio como componente curricular.

No Ensino Fundamental, os componentes curriculares se desdobram em anos iniciais e finais, e depois, em unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades. A figura 1 ilustra a estrutura da BNCC.

Figura 1: Estrutura da BNCC



Fonte: Autoria própria (2020)

Ressaltamos que neste trabalho nos concentraremos apenas na área da matemática e, portanto, iremos discorrer sobre a mesma no item que se segue.

2.1.2 A Matemática do Ensino Fundamental segundo a BNCC

Na BNCC, a matemática do Ensino Fundamental possui apenas um componente curricular, a própria matemática. Ela se desdobra em 5 unidades temáticas, que são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

A proposta para a matemática apresenta ainda 8 competências específicas que articulam-se com as competências gerais e que, junto das habilidades específicas das unidades

temáticas da área da matemática, buscam garantir aos alunos o desenvolvimento do letramento matemático.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.” (BRASIL, 2017, p. 266, grifo do autor)

Segundo a BNCC, o conhecimento matemático possui grande aplicação na sociedade contemporânea, além de apresentar potencialidade na formação de cidadãos críticos e cientes de suas responsabilidades sociais. Desta forma, se faz necessária para o desenvolvimento dos alunos de todo o ensino básico.

Apresentamos a seguir as competências específicas da matemática do Ensino Fundamental, que dialogam com as competências gerais (BRASIL, 2017, p. 267):

Quadro 2: Competências específicas da matemática do Ensino Fundamental

Competências específicas da matemática do Ensino Fundamental	
1	Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6	Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7	Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

Através do trabalho com as habilidades, as competências gerais e específicas e, a aproximação das ações pedagógicas com a realidade e as vivências do aluno, espera-se que este reconheça o papel da matemática no mundo e a domine. Segundo a BNCC (BRASIL, 2017, p. 265): “[...] espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações.” Assim, a matemática da BNCC nos anos iniciais aponta para o desenvolvimento do letramento matemático.

O termo “letramento matemático” apresenta-se definido na Matriz de avaliação matemática - Pisa⁵ (2012) como “a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos.” e ainda, segundo este:

Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.”. (PISA, 2012, p.1)

Apontamos para a aproximação dessas ideias com as contidas na BNCC, onde indica que:

É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BNCC, 2017, p.266)

5 Disponível em:

<http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf>. Acesso em: 21/09/2020.

Apontados os objetivos que se deseja alcançar no desenvolvimento dos alunos do Ensino Fundamental no campo da matemática, voltamo-nos para a maneira como espera-se que estes sejam atingidos. Uma atividade potencialmente importante para o desenvolvimento matemático destacada pela BNCC é a experimentação, onde se indica que “Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática.” (BRASIL, 2017, p. 265)

Com as experimentações, a aprendizagem se dá por meio de descobertas e investigações que, segundo o documento, possuem alto potencial no desenvolvimento do raciocínio, da comunicação, da argumentação e da capacidade de realizar representações.

Nesta pesquisa destacaremos as experimentações com as aulas exploratórias e investigativas sugeridas por Ponte (2003). Outros tipos de atividades são destacados no documento, tais como: os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem. A BNCC aponta que estas tarefas são formas privilegiadas da atividade matemática, por serem objeto e, ao mesmo tempo, estratégia para a aprendizagem no Ensino Fundamental.

Segundo o documento:

Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2017, p. 266)

Apresentamos acima as competências gerais da educação básica e as competências específicas da matemática para o ensino fundamental. Destacamos o compromisso da BNCC para com desenvolvimento do letramento matemático e a importância de certos tipos de atividades com forte potencial no ensino da matemática. Passamos agora a apresentar os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas para a matemática no ensino fundamental.

A BNCC aponta algumas ideias fundamentais para o desenvolvimento do letramento matemático dos alunos desta fase:

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de **ideias fundamentais** que produzem articulações entre eles: **equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação.** (BRASIL, 2017, p. 268, grifo do autor)

A BNCC aponta ainda que essas ideias se convertem em objetos de conhecimento, que por sua vez, se desdobram em habilidades que precisam ser desenvolvidas ao longo de todo o Ensino Fundamental. Ressaltamos que esta pesquisa focará na unidade temática “Álgebra” e, apenas, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por se tratar de nosso objeto de estudo.

Segundo esta Base, nos anos iniciais deve-se retomar as experiências desenvolvidas na Educação Infantil para iniciar uma sistematização dessas noções, além de resgatar a matemática vivenciada no cotidiano, tais como experiências com números, formas e espaço. De acordo com o documento (2017, p. 276): “Nessa fase, as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas ‘quatro operações’, apesar de sua importância.”. Além disso, os objetos de conhecimento e as habilidades são apresentados de maneira que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas a cada ano. Isto faz com que cada habilidade desenvolvida precise ser analisada em conjunto com as que foram desenvolvidas nos anos anteriores, assim como o que se pretende com elas nos anos posteriores.

Por fim, é importante que se tenha compreendido que, segundo o documento (2017, p. 276) “a BNCC, orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações.” Este é um ponto importante para entendermos o porquê da temática Álgebra se iniciar nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.1.3 O ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental

A Álgebra é uma unidade temática que, antes da BNCC, fazia parte dos Números e Operações considerada como um dos campos que o constitui. Com as novas propostas da BNCC para o ensino da matemática, tais como: foco no letramento matemático, aulas exploratórias e investigativas, o desenvolvimento com base na compreensão e na apreensão dos significados dos objetos matemáticos, fez-se necessário antecipar alguns estudos com a Álgebra e, nesta busca, desenvolver um tipo especial de pensamento, o pensamento algébrico.

Este documento (2017, p. 270) indica que o pensamento algébrico “é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.”. No entanto, como nosso foco são os anos iniciais, a BNCC destaca

que “nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam.” (BRASIL, 2017, p. 270)

No trabalho com a Álgebra nos anos iniciais, a BNCC aponta que as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade são imprescindíveis nos processos de ensino e aprendizagem desta fase. Segundo o documento (BRASIL, 2017, p. 270): “Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.” E o pensamento algébrico é desenvolvido em conjunto com o pensamento numérico, ou seja, com a aritmética:

A relação dessa unidade temática com a de Números é bastante evidente no trabalho com sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. (BRASIL, 2017, p. 270)

Os objetos de conhecimento e habilidades estão apresentados por ano como exposto adiante. No primeiro ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento, com suas respectivas habilidades, que envolvem a ideia de sequência. O primeiro objeto de conhecimento busca desenvolver na criança uma percepção sobre a ideia de sequenciar, organizar e ordenar objetos familiares, realizando investigações sobre as regularidades e padrões presentes nessas estruturas. E o segundo objeto propõe o reconhecimento e a análise de padrões em sequências recursivas, assim como a identificação de elementos ausentes nestas sequências.

Quadro 3: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 1º ano do E. F.

	Objeto de conhecimento	Habilidade
1º ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

No segundo ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento que envolvem a ideia de sequência. O primeiro objeto, com sua respectiva

habilidade, busca desenvolver na criança a capacidade de criar suas próprias sequências utilizando números naturais. E o segundo objeto de conhecimento possui duas habilidades correspondentes que envolvem a análise e descrição de sequências assim como a identificação de elementos ausentes.

Quadro 4: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 2º ano do E. F.

	Objeto de conhecimento	Habilidade
2º ano	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

No terceiro ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento, um que envolve a ideia de sequência e outro associado à relação de igualdade. O primeiro objeto de conhecimento, com sua respectiva habilidade, direciona para a identificação e descrição de sequências recursivas bem como a identificação de elementos ausentes nas mesmas. Já o segundo objeto de conhecimento, com sua habilidade correspondente, busca a compreensão da relação de igualdade utilizada em diferentes sentenças que envolvem adição e subtração de dois números.

Quadro 5: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 3º ano do E. F.

	Objeto de conhecimento	Habilidade
3º ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Relação de igualdade.	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

No quarto ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe quatro objetos de conhecimento que envolvem a ideia de sequências, relações entre as operações e equivalência. Os dois primeiros objetos, com suas respectivas habilidades, trazem a ideia de sequências numéricas, sendo o primeiro com sequências de múltiplos de um número e o segundo com sequências que deixam o mesmo resto quando divididos por um determinado número. O terceiro objeto de conhecimento, com sua habilidade correspondente, direcionam para o entendimento das operações inversas e o último objeto de conhecimento possui duas habilidades relacionadas às propriedades da igualdade.

Quadro 6: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 4º ano do E. F.

	Objeto de conhecimento	Habilidade
4º ano	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão.	(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
	Propriedades da igualdade.	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

No quinto ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento que envolvem a ideia de equivalência e propriedades da igualdade, além de problemas relacionados à proporcionalidade. O primeiro objeto de conhecimento traz duas habilidades que apontam para as propriedades da igualdade, a construção da ideia de equivalência e a descoberta do termo desconhecido. O segundo objeto de conhecimento, com suas respectivas habilidades, propõe o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, envolvendo grandezas diretamente proporcionais e a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais.

Quadro 7: Objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades no 5º ano do E. F.

	Objeto de conhecimento	Habilidade
5º ano	Propriedades da igualdade e noção de equivalência.	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
	Grandezas diretamente proporcionais.	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

2.2 Álgebra e pensamento algébrico

A Base Nacional Comum Curricular apresentou como novidade um campo evidenciando a Álgebra. É interessante analisar o percurso da educação algébrica no nosso país a fim de buscar compreender o porquê desta mudança ter chegado a um documento de caráter normativo - que define habilidades essenciais para os alunos de todo o país - e de que forma a Álgebra deve se apresentar nesta primeira fase do Ensino Fundamental.

Historicamente, segundo Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim (1993), a Álgebra é um campo da matemática que apresentou, no que diz respeito a educação algébrica, diferentes concepções ao longo de sua história.

A primeira concepção apontada por eles perdurou durante todo Século XIX até a primeira metade do Século XX. Nessa concepção, os alunos deveriam dominar o transformismo algébrico com objetivo de resolver problemas. Nesse contexto, regras e propriedades eram geralmente utilizadas sem compreensão, significado ou justificativa.

Em seguida, a segunda concepção passou-se numa época “[...] onde tudo em Matemática deveria ser provado/justificado.” (FIORENTINI E MIORIM, 1993, p. 31). Desta

forma, os estudos da Álgebra deixaram de ser sem justificativa, passando à posição de que “[...] o que realmente importava era o conhecimento e o domínio das propriedades estruturais.” (FIORENTINI E MIORIM, 1993, p. 31).

A terceira concepção “[...] tenta fazer uma síntese entre as duas concepções anteriores [...]” (FIORENTINI E MIORIM, 1993, p. 31) e é marcada pela larga utilização da geometria ou modelos físicos, como a balança de dois pratos como forma de justificar propriedades de transformismos algébricos. Segundo Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p.4), “[...] as três concepções enfatizam o ensino de uma linguagem algébrica já constituída, priorizando o domínio, por parte do aluno, de habilidades manipulativas das expressões algébricas.”

Nas últimas décadas, outros autores definiram a Álgebra segundo perspectivas diferentes do que se via nas concepções do ensino da Álgebra anteriores. Lins e Gimenez publicaram um trabalho intitulado Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI, em 1997, onde eles afirmam que “A Álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade.” (LINS E GIMENEZ, 1997a, p. 137). Esses autores apontam a Álgebra como algo que tem em sua essência a ideia da construção de significado por trás de um outro campo da matemática: a aritmética.

Kieran em seu trabalho denominado “O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos”, buscando descrever a nova perspectiva da Álgebra: “Assim, a álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas.” (KIERAN, 2007a, p. 5 apud CANAVARRO, 2009, p. 87).

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão também apontam um novo olhar sobre a Álgebra, afirmando que “a álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas. Ela é, também, uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo.” (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 4), trazendo a ideia da relação entre a linguagem e o pensamento muito discutida por Vygotsky.

Para Vygotsky (1993), pensamento e linguagem são interdependentes, um promovendo o desenvolvimento da outra e vice-versa. Ou seja, no processo ensino aprendizagem, a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, embora a apropriação da linguagem possa potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 4-5).

Com a homologação da BNCC e a evidência dada à Álgebra, inclusive com antecipação de alguns objetos de conhecimento para os anos iniciais do Ensino Fundamental, pautada no desenvolvimento do pensamento algébrico, a educação algébrica no Brasil passa a apropriar-se de uma nova concepção, que já vinha sendo pautada entre pesquisadores nacionais e internacionais.

Nos últimos anos, os estudos com a Álgebra nem sempre eram realizados com intencionalidade e ênfase necessárias, ficando mais reconhecidos como tal apenas nos anos finais do Ensino Fundamental tendo como ponto de partida tópicos como equações, manipulações algébricas e funções. Nem sempre o trabalho garantia que desenvolvesse nos alunos capacidades que possibilitassem o estudo destas ideias com compreensão. Com essa nova ideia a respeito do que venha a ser a Álgebra, sua relação com o pensamento e a construção de significado, muitos estudos apontam críticas a esse início tardio efetivo da educação algébrica. Segundo Fiorentini e Miorim (1993, p. 33) “Acreditamos não existir qualquer argumento de ordem pedagógica que sustente, como fazia a educação matemática tradicional, ser o trabalho com o transformismo o primeiro momento da educação algébrica.”.

Lins e Canavarro realizaram pesquisas nos campos da Álgebra, onde também apontam que o trabalho com a Álgebra devesse iniciar nos primeiros anos do ensino fundamental.

A introdução do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade representa um passo em frente muito significativo pela possibilidade que inspira de uma abordagem à Matemática mais integrada e interessante, na qual os alunos desenvolvam as suas capacidades matemáticas motivados por uma atividade rica e com sentido, que lhes possibilita a construção de conhecimento relevante, com compreensão, ampliando o seu património quer ao nível dos processos, quer dos produtos matemáticos (conhecimentos que podem usar posteriormente). (CANAVARRO, 2009, p. 113, tradução nossa)

Lins e Gimenez, em perspectivas em aritmética e Álgebra para o século 21, apontam que “é preciso começar mais cedo o trabalho com Álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra.”(LINS e GIMENES, 1997a, p. 10) e ainda citam a necessidade de rever os estudos baseados apenas em apreensão de conteúdos. Segundo eles “Talvez a melhor perspectiva para o século XXI seja aquela que nos permita viver em um mundo de transformações constantes e rápidas. Em vez de conteúdos apenas, é preciso desenvolver a capacidade para aprender e compreender.” (ibidem, contracapa).

É em consonância com esse novo contexto que a BNCC recomenda a iniciação dos estudos da Álgebra a partir do 1º ano do Ensino Fundamental, através do desenvolvimento de um tipo especial de pensamento: o pensamento algébrico. É um momento em que os alunos buscam explorar formas de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas, procurando fortalecer a compreensão e a capacidade de generalizar e registrar ideias. Tópicos como seqüências, sinal de igualdade, valor desconhecido e proporcionalidade passam a ser desenvolvidos no campo da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Assim, o foco da Álgebra nos anos iniciais está voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico, que tem sido alvo de muitos estudos nas últimas décadas. Canavarro distingue o pensamento algébrico da visão tradicional da Álgebra, apontando dois aspectos. O primeiro, aponta que no pensamento algébrico as ideias algébricas, como a generalização, podem ser expressas por meio de linguagem natural, diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos e não apenas utilizando a notação tradicional com o uso de letras.

O segundo aspecto que distingue o pensamento algébrico da visão tradicional da Álgebra tem a ver com a ênfase nos significados e compreensão. A Álgebra escolar tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia *per si*.” (CANAVARRO, 2009, p.88)

Lins, matemático que se dedicou a estudos ligados ao pensamento algébrico, realizou uma reflexão epistemológica da diferença entre fazer Álgebra e pensar algebricamente em seu artigo (1994a) denominado “O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico”. A contribuição que este artigo de Lins apresenta para esta pesquisa é a reflexão sobre o pensamento algébrico como um modo de produção de significado para a Álgebra. Lins afirma que “o pensamento algébrico é apenas um modo – entre outros – de produzir significado para a álgebra.” (LINS, 1994a, p. 29) e exemplifica algumas situações interessantes como: “Uma criança de 5 anos acredita – e diz – que “ $2+2=4$,” o mesmo que um matemático acredita – e diz. Mas as justificações de cada um são provavelmente distintas: a criança exhibe os dedos, o matemático fala de conjuntos.” (LINS, 1994a, p. 29). Analisando esta afirmação de Lins com a afirmação que ele e Gimenez fazem ao dizer que a Álgebra e a aritmética devem ser desenvolver juntas, é possível observar a construção de significado com base na aritmética, que ele aponta em seus trabalhos.

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão também associam o desenvolvimento do pensamento algébrico à aritmética, afiliando-se à ideia de que o que se ensina e a forma como

se ensina aritmética pode influenciar fortemente o desenvolvimento do pensamento algébrico (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p.5). Este (idem) faz essa observação ao afirmar que se pode começar mais cedo os estudos da Álgebra, através do desenvolvimento do pensamento algébrico e desde os primeiros anos de escolarização.

Canavarro (2009, p. 88) também se alinha às conclusões de Lins e Fiorentini citando Kaput, Blanton e Moreno (2008) “no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos”. Assim, ela ressalta a construção de significado por trás dos símbolos matemáticos, que antes eram vistos e ensinados como procedimentos sem significados através das manipulações algébricas e aponta esses significados como sendo o elemento principal do pensamento algébrico, enfatizando o raciocínio com compreensão.

Muitos autores sustentam que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode acontecer mesmo sem a utilização da linguagem algébrica simbólica. Canavarro ressalta que “A investigação sobre pensamento algébrico tem valorizado formas de representação que vão muito além das representações algébricas simbólicas.” (CANAVARRO, 2009, p.96) e ainda destaca que “A possibilidade de utilização de diversas formas de representação amplia as hipóteses de os alunos mais jovens conseguirem organizar o seu pensamento, para além de facilitar a sua comunicação, nomeadamente ao considerarem-se as representações não convencionais.” (CANAVARRO, 2009, p.96).

É um momento de desenvolver um raciocínio com compreensão acerca de ideias matemáticas, concentrando-se nos métodos e não nos resultados. Canavarro acrescenta que apesar de ser um trabalho com a Álgebra, utilizando representações da preferência do aluno, sem a necessidade de utilização da linguagem algébrica formal, os professores podem e devem incentivar e ensinar os alunos a utilizar recursos mais convencionais.

Mas se os alunos devem ser encorajados a observar regularidades e a estabelecer generalizações usando os seus próprios recursos, devem igualmente ser incentivados e ensinados a usar formas de representação convencionais (notação algébrica, gráficos, tabelas, linguagem natural), pois estas permitem não só exprimir, mas também enriquecer e aprofundar, os seus raciocínios algébricos (KAPUT, 2008, apud CANAVARRO, 2009, p. 96)

Vista a ideia do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos, é importante agora refletir sobre aspectos a serem trabalhados para conseguir desenvolver nos

alunos o que se espera. Fiorentini, Fernandes e Cristóvão apontam alguns aspectos favoráveis ao desenvolvimento do pensamento algébrico, sem a necessidade de utilização da linguagem algébrica simbólica formal.

[...] quando a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos [...]; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente... (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 5)

Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p. 5) destacam que “Os aspectos descritos neste último parágrafo podem ser considerados caracterizadores do pensamento algébrico” e acrescentam que “tais aspectos podem ser mobilizados e desenvolvidos pelos alunos a partir de tarefas exploratórias ou investigativas cuidadosamente planejadas, tendo em vista essa finalidade.” (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p.5).

Iniciaremos nossa reflexão sobre de que forma pode-se trabalhar com os alunos a fim de desenvolver as habilidades ligadas ao pensamento algébrico utilizando tarefas exploratórias e investigativas. O artigo de Fiorentini, Fernandes e Cristóvão em questão possui justamente essa a proposta. Eles nomeiam essas atividades como “tarefas exploratório-investigativas”, a partir de um estudo sobre as tarefas exploratórias e investigativas apresentadas por Ponte.

Lins (1994d) também apresenta uma tarefa exploratória como atividade com potencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesta atividade, que apresenta uma situação envolvendo dois tanques de água, os alunos vão construindo o conhecimento algébrico a partir de observações realizadas. Canavarro (2009, p. 97) também entende atividades do tipo exploratórias como potencializadoras do desenvolvimento do pensamento algébrico: “Assim, particularmente bem adaptadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico são as tarefas de natureza problemática e as investigações que convidam ao estabelecimento de propriedades gerais.” (CANAVARRO, 2009, p.97)

2.3. As atividades investigativas

Nesta seção, refletiremos sobre atividades que auxiliam no desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental. É preciso repensar não só a matemática a ser trabalhada na sala de aula, mas também os tipos de tarefas utilizados para tal, dando ênfase aos objetivos que buscamos atingir quanto à aprendizagem dos alunos. Ponte (2003) em trabalho denominado “Investigar, ensinar e aprender” afirma que “Se se pretende que os alunos desenvolvam plenamente as suas competências matemáticas e assumam uma visão alargada da natureza desta ciência, então as tarefas de exploração e investigação têm de ter um papel importante na sala de aula.” (PONTE, 2003, p. 12).

Assim, o autor aponta para as tarefas de exploração e investigação como uma atividade importante para as aulas de matemática. É preciso rever práticas pedagógicas que visam ensinar matemática apenas através de exercícios no caderno, no livro ou no quadro. É um momento de quebra de paradigma dentro das salas de aula tendo em vista as diferenças entre os conceitos de ensinar e aprender. Tece ainda uma reflexão sobre o que é ensinar e o que é ser professor. Segundo ele,

Para muitos, será sobretudo o “debitar” da matéria, em frente do quadro ou, de modo mais sofisticado, com retroprojector ou Powerpoint. Nesta perspectiva, ensinar e aprender são independentes – o professor pode ensinar sem que os alunos aprendam. [...] Se partirmos do princípio que o professor existe para que os alunos aprendam e se estes não aprenderam, então ele não ensinou. (PONTE, 2003, p.3)

Julgamos importante a afirmação de Ponte sobre as práticas existentes nas salas de aula hoje e a eficiência do ensino atual nas escolas. É importante refletir sobre como promover uma aprendizagem real para os alunos durante as aulas de matemática na escola, mais especificamente no desenvolvimento do campo da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental, que é o foco desta pesquisa.

Lembrando que a Base Nacional Comum Curricular propõe o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, uma mudança de olhar para a aprendizagem dos alunos dessa fase e, conseqüentemente, é preciso analisar maneiras de concretizar essas mudanças na prática, não deixando que estas fiquem apenas no papel. Fiorentini, Fernandes e Cristóvão no artigo “Um Estudo das Potencialidades Pedagógicas das Investigações Matemáticas no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico” também apontam a importância das tarefas investigativas como sendo potencialmente ricas para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Indicam que:

A nossa hipótese é que a realização de atividades exploratório-investigativas – que visam levar os alunos a *pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis...* (Fiorentini; Miorim & Miguel, 1993, p. 87) – pode ser uma alternativa poderosa para o desenvolvimento interrelacionado do pensamento e da linguagem algébrica do aluno. (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 5)

Ponte caracteriza as tarefas de exploração e investigação como atividades de estrutura aberta, indicando que as investigativas possuem maior de dificuldade que as exploratórias. No entanto, Ponte afirma que “Muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chamando-se ‘investigações’ a todas elas” (PONTE, 2003, p. 5) pelo fato de ser complicado determinar o nível de dificuldade que os alunos terão a cada tarefa, afinal o que é difícil para um grupo de alunos pode parecer mais fácil para outro. Fiorentini, Fernandes e Cristóvão, concordando com Ponte, também optam por não realizar uma distinção entre estas atividades chamando apenas de tarefas exploratório-investigativas. “Neste estudo, trabalhamos e investigamos, sem estabelecer uma distinção clara, as duas últimas formas de tarefas acima referidas. Por isso, para fazer referência a ambas, utilizaremos a expressão *tarefas exploratório-investigativas*.” (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 3)

As atividades de exploração e investigação, como são atividades de natureza aberta, propõe que os alunos sejam os propulsores de suas aprendizagens. Como exemplo de estrutura didática para a aplicação desse tipo de atividade voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico, observe a estrutura das tarefas apresentadas pelo autor:

- 1º) apresentação das tarefas aos alunos, tendo o cuidado de esclarecer e orientar os alunos na realização das investigações;
- 2º) investigação dos alunos em pequenos grupos, tendo o suporte dos professores que estimulavam os alunos a prosseguirem em suas conjecturas;
- 3º) organização/escrita do relatório da investigação;
- 4º) Socialização inter-grupos, promovendo discussão, negociação, validação e refutação de resultados. (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 10)

Para Ponte “Na realização destas tarefas na sala de aula, a discussão final é um dos momentos mais importantes para a institucionalização das aprendizagens e até, para a exploração de novos caminhos.” (PONTE; 2003, p. 8). Neste contexto de troca entre os alunos, Fiorentini, Fernandes e Cristóvão apontam para o ganho ao se trabalhar em grupos:

Esta opção assenta-se no pressuposto de que o trabalho colaborativo, além de ser formativo aos alunos – no sentido de aprenderem a trabalhar com o outro –, favorece, também, a discussão e a construção conjunta do conhecimento matemático. Nesse processo, os alunos se apropriam e desenvolvem, apoiados uns nos outros, a linguagem e o pensamento algébricos. (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 9)

Lins também comenta a importância da troca entre os alunos afirmando que “[...] o trabalho dos grupos, sendo comunicados para o grande grupo, força os alunos e alunas a falar uns com os outros e a registrar tudo que vão dizendo, mesmo que não estejam muito seguros de estar certo ou não.” (LINS, 1994d, p. 27). Assim, durante o processo de investigação pode-se destacar dois pontos importantes: a troca entre os alunos e a construção do hábito de realizar registros.

Ponte (2003, p. 12) aponta algumas possíveis críticas quanto às aulas investigativas como a falta de interesse dos alunos, a dificuldade que eles podem apresentar sobre como investigar e a necessidade de se ter algum conhecimento prévio dos alunos com relação a conceitos e procedimentos. No entanto, Ponte rebate estes questionamentos afirmando, inicialmente, que “por mais modesto que seja, há sempre algo que o professor pode fazer para captar a sua atenção: uma pergunta, uma observação, um desafio.” (PONTE; 2003, p. 12). Sobre as primeiras aulas investigativas dos alunos, afirma que, com certeza, eles podem aprender e que “os alunos podem precisar de várias experiências em trabalho investigativo para perceberem, de modo apropriado, o que é este trabalho. A função do professor é ensinar, não é reclamar que os alunos não sabem.” (PONTE; 2003, p. 12). Sobre a necessidade de conhecimentos prévios ele afirma que:

Saber conceitos e procedimentos básicos é claro que ajuda na realização de investigações, como em todo o trabalho intelectual. Mas muitas coisas aprendem-se melhor em actividades significativas, lutando com dificuldades concretas, do que de uma forma dedutiva e linear. Muitos conceitos e procedimentos podem ser aprendidos através de actividades exploratórias e investigativas. (PONTE; 2003; p. 12)

Assim, as aulas com tarefas investigativas são uma forte opção para as mudanças pretendidas dentro da sala de aula com a valorização da Álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Mas, como em toda mudança, é preciso empenho para ser significativa. Vale ressaltar que o professor tem um papel fundamental de desenvolvimento do pensamento algébrico através das atividades investigativas.

Decisivo para o êxito deste tipo de trabalho, é o modo como o professor responde às dúvidas dos alunos, dando-lhes atenção e encorajamento sem lhes dar directamente a resposta, e o modo como se formulam as questões, envolvendo toda a turma e pondo os alunos a argumentar uns com os outros. (PONTE; 2003; p. 9)

Assim, é preciso que o professor se envolva e se empenhe na construção, aplicação e reflexão destas atividades. Neste contexto, Ponte (2003, p. 21) afirma que “apesar de defender uma perspectiva alargada da investigação, isso não significa que subscreva a banalização deste conceito.” e aponte três atividades importantes que investigar envolve: estudar, conversar e escrever. Desta forma, os professores precisam se atualizar realizando estudos frequentemente, trocar experiências com seus pares e até mesmo com seus alunos e registrar, “pondo preto no branco as nossas ideias, as nossas experiências, as nossas práticas, os nossos desejos e frustrações, permitindo que elas sejam conhecidas e discutidas dentro e fora da comunidade profissional.” Ponte, (2003, p. 22)

2.4 Nossa perspectiva para formação de professores: o professor pesquisador e reflexivo

A Base Nacional Comum Curricular, no que diz respeito ao campo da Álgebra nos anos iniciais, traz fortes argumentos para uma mudança significativa nas salas de aula. No entanto, para se atingir o objetivo final, ou seja, bons resultados por meio dessa proposta, é preciso entender que esta propõe muito mais do que legislação. A mudança precisa atingir a rotina das salas de aula e, para que isso ocorra, é necessário que haja mobilização e empenho por parte de toda a comunidade escolar.

A partir das considerações anteriores, entendemos que há a necessidade de adequar as práticas de ensino em matemática para os anos iniciais à legislação vigente. Entendemos também que há a necessidade de cursos de formação continuada que viabilizem esse acesso e apropriação de conceitos a docentes atuantes nesses anos escolares. Para tanto, neste item, Ponte (1998), Perez (2004), Fiorentini, (1999) e Nóvoa (2020) irão contribuir para essa a discussão.

Ponte (2003), ao final do seu artigo “Investigar, Ensinar e Aprender”, destaca a importância desse movimento citando Nóvoa:

É preciso ir além dos “discursos de superfície” e procurar uma compreensão mais profunda dos fenómenos educativos. Estudar. Conhecer. Investigar. Avaliar. Caso contrário, continuaremos reféns da demagogia e da ignorância. As mudanças nas escolas estão, por vezes, tão próximas que provocam um

efeito de cegueira. Só conseguiremos sair da penumbra através de uma reflexão colectiva, informada e crítica. (NÓVOA, 2002, p. 29, apud PONTE, 2003, p. 22)

O ponto chave do presente trabalho está associado à importância do entendimento, pelo corpo docente, desse olhar da matemática que a Álgebra nos anos iniciais traz e, por meio da formação continuada, busca estudar, conhecer, investigar, avaliar e refletir sobre essas mudanças e as práticas de sala de aula.

Ponte (1998), em seu artigo denominado “Da formação ao desenvolvimento profissional” afirma que “É ponto assente que a formação deve ter em conta as necessidades dos seus destinatários.”. Em sintonia com este pensamento, no presente trabalho é possível destacar 3 pontos importantes sobre demandas atuais de professores dos anos iniciais:

- A chegada da BNCC apontando um novo eixo na Educação Básica - a Álgebra- e o trabalho em sala de aula com a utilização de tarefas investigativas, trazendo a necessidade de estudos por parte dos professores;
- A formação inicial dos cursos de pedagogia, uma vez que o curso de nível superior formador de professores, das principais universidades do estado do Rio de Janeiro possui pouco aprofundamento na matemática (Apêndice I), apontando a importância dos estudos continuados nesta área;
- A necessidade constante de formação continuada com reflexões sobre as práticas de sala de aula e a troca de experiências pelos professores.

Sobre a formação inicial Ponte destaca:

A formação matemática dos professores será necessariamente deficiente se estes não contactarem de um modo suficientemente aprofundado com as diversas áreas da Matemática ao longo da sua formação inicial, se não tiverem oportunidade durante esta formação de percorrer um leque variado de experiências matemáticas, incluindo a resolução de problemas, a realização de trabalho investigativo, a construção de modelos de situações reais, etc. (PONTE, 1998, p. 4-5)

Com a análise realizada nos principais cursos de pedagogia, apresentada no Apêndice I, percebe-se que o percentual de carga horária que o futuro professor dedica ao estudo e práticas ligados à matemática é baixo. Ainda que fosse diferente, a formação inicial não sustenta por si só uma carreira de sucesso para o professor. Segundo Ponte (1996, p. 193 apud PEREZ, 2004, p. 253) “Os conhecimentos e competências adquiridos pelos professores antes e durante a formação inicial tornam-se insuficientes para o exercício das suas funções ao

longo de toda a carreira”. Desta forma, observa-se a importância da formação continuada na carreira de professor.

Além de uma formação que tenha como ponto principal a necessidade dos destinatários, é preciso criar uma cultura que estimule professores a crescer e atualizarem-se profissionalmente, refletindo sobre sua prática e buscando as necessidades e interesses dos alunos. Segundo Ponte (1998, p. 13) “Muitos professores, como referi, continuam a achar que o seu papel é receber formação, não se assumindo ainda como os protagonistas que deveriam ser neste processo.”. Perez acrescenta:

[...] a profissão docente exige o desenvolvimento profissional ao longo de toda a carreira; a formação é um suporte fundamental do desenvolvimento profissional; o desenvolvimento profissional de cada professor é da sua inteira responsabilidade e visa torná-lo mais apto a conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno, contribuindo para melhorar as instituições educativas, assim como a realização pessoal e profissional. (PEREZ, 2004, p.252)

Perez (2004) defende o processo de reflexão sobre a prática proposta por Schön (1995, p. 83) apontando que o professor como protagonista de sua formação precisa realizar a reflexão-na-ação, durante a prática do ensino, e reflexão-sobre-a-ação, numa análise do processo após sua realização, como formas de adquirir e desenvolver conhecimento em ação. A respeito do primeiro conceito, o autor entende que:

Reflexão-na-ação é o que ocorre simultaneamente à prática, na interação com as experiências, permitindo ao professor dialogar com a situação, elaborar um diagnóstico rápido, improvisar e tomar decisões diante da ambiguidade, do inesperado e das condições efetivas do momento. (PEREZ, 2004, p. 256)

Quanto ao segundo conceito, tem-se que:

Reflexão-sobre-a-ação refere-se ao pensamento deliberado e sistemático, ocorrendo após a ação, quando o professor faz uma pausa para refletir sobre o que acredita ter acontecido em situações vividas em sua prática. (PEREZ, 2004, p.256)

A experiência do professor, apesar de ser fator importante para o crescimento profissional, não é o único fator relevante ou fundamental, pois, por si só não é suficiente para garantir os melhores resultados para a carreira do docente. Do contrário, teríamos sempre os melhores professores dentre os mais experientes, que prosseguiriam, com a experiência, obtendo cada vez melhores resultados entre seus alunos. Segundo Fiorentini, Nacarato e Pinto:

Nem toda experiência engendra, automaticamente, saberes. Nem todos os participantes de uma experiência engendram as mesmas aprendizagens. Para

alguns, esta pode representar uma experiência como outra qualquer. Para outros, entretanto, esta pode significar uma mudança radical em suas vidas. (FIORENTINI, NACARATO E PINTO, 1999, p. 33)

Assim, é preciso mais do que vivenciar novas experiências. Para Perez (2004, p. 252), “É preciso estudo, trabalho e pesquisa para renovar e, sobretudo, reflexão para não ensinar apenas ‘o que’ e ‘como’ lhe foi ensinado.” Realizar reflexões antes, durante e após a ação se faz necessário para transformar a prática em aprimoramento na sala de aula.

Perez (1999, p. 274, apud PEREZ, 2004, p. 261) afirma que é fundamental que “o professor incorpore a reflexão sobre a sua prática para que seja capaz de tomar as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, deixando de ser um simples executor e passando a ser considerado um profissional investigador e conceptor”. Os professores precisam de um momento para realizar essas reflexões e trocas entre seus pares. E esse é um dos pontos importantes da formação continuada estar presente constantemente na carreira dos professores. É preciso que, além de atender a outras necessidades dos professores, também seja um momento para a realização dessa reflexão sobre a prática de sala de aula, buscando a troca de experiências e vivências entre os professores. Perez (2004, p. 253) ressalta ainda que “Imaginamos, assim, uma mudança sobre a concepção de formação continuada na qual são elementos cruciais a reflexão sobre a prática pedagógica e a colaboração e discussão entre os professores.”.

Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999, p 38) citam uma defesa de Llinares (1998) ao afirmar que “[...] referindo-se especificamente aos saberes profissionais do professor de Matemática, defende a ideia de que a perspectiva teórica e a perspectiva prática de conhecimento profissional do professor sejam complementares”. Desta forma, a presente pesquisa voltada para a formação continuada, com foco na Álgebra dos anos iniciais, entende e reafirma a importância das reflexões, troca de experiências e enriquecimento teórico sobre essa nova unidade temática nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Por fim, vale ressaltar o contexto em que a pesquisa está sendo elaborada e refletir sobre a formação continuada neste cenário. Conforme mencionado anteriormente, o ano de 2020 foi marcado por uma pandemia que forçou uma mudança radical na educação. As aulas, antes presenciais, passaram a acontecer de maneira remota, onde cada escola e cada professor precisou se reinventar para atender da melhor maneira seus alunos. Para uma reflexão sobre a educação nessa nova conjuntura que se impôs às sociedades, Nóvoa (2020) durante uma aula

magna do Instituto Anísio Teixeira, que aconteceu de forma online⁶, fala sobre a importância, neste momento de pandemia, da formação continuada para que se possa partilhar as experiências uns com os outros. Para ele:

A formação continuada é, sobretudo, a capacidade de discutirmos uns com os outros, de refletirmos uns com os outros, de partilharmos uns com os outros as nossas ideias, de partilharmos uns com os outros os melhores métodos, as melhores maneiras de fazer, as coisas que funcionam bem na escola [...] e refletirmos sobre elas e irmos fazendo doutra maneira [...] e reconstruirmos as nossas formas de aprendizagem [...] pois bem, se há um momento em que a formação continuada é absolutamente essencial esse momento é agora. E é agora que precisamos de dizer uns aos outros o que estamos a fazer. (NÓVOA, 2020, 22min 40s)

Além da necessidade de adaptação a esse momento, Nóvoa levanta a questão da mudança pós pandemia, que afetará, segundo ele, também a escola. Fala em “transição escolar”, segue indicando que as mudanças que ocorrem agora e ocorrerão no pós-pandemia já eram previstas, mas a pandemia acelerou consideravelmente essas mudanças. E que, no caso da escola, pensava-se:

[...] que esse modelo de escola estava a tornar-se obsoleto, que este modelo de escola não estava a ser capaz de responder às grandes questões contemporâneas. Que esse modelo de escola precisava de ser alterado [...] a criação de novos modelos de aprendizagem. [...] Agora essa mudança tornou-se inevitável e ela vai ser acelerada no período da pós-crise. [...] A ação do professor vai passar a ser distinta. Um professor vai passar a ser aquele que acompanha muito mais as aprendizagens, que dá trabalhos aos alunos, que pesquisa com eles, que os põe a trabalhar, que os põe a estudar e não propriamente o professor que dá uma aula atrás doutra aula, atrás doutra aula, atrás doutra aula. O professor vai ter que se reinventar [...] e essa reinvenção é uma reinvenção do trabalho pedagógico, é uma reinvenção do trabalho docente que todos sabíamos há muito tempo que era necessária, mas que esta crise vai acelerar. (NÓVOA, 2020, 29min30seg)

Destacamos na fala de Nóvoa a necessidade de o professor mudar sua postura, de se reinventar, de pesquisar junto com seus alunos. E essa mudança requer uma postura de constante reflexão sobre a sua prática, seja durante a ação, seja após a ação. Tal postura reflexiva é o que buscamos desenvolver no professor com a proposta de curso híbrido que apresentaremos no capítulo 4.

⁶Para demarcar a abertura da Formação Continuada Territorial a Distância, a Secretaria da Educação do Estado da Bahia, por meio do Instituto Anísio Teixeira, realizou uma transmissão (live), da palestra do educador António Nóvoa. Participam desta transmissão: a diretora geral do Instituto Anísio Teixeira e o Secretário da educação do Estado da Bahia, Jerônimo Rodrigues. Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=7kSPWa5Nico>. Acesso em: 18/12/2020

Capítulo 3: Metodologia

Essa pesquisa foi desenvolvida a partir de uma abordagem qualitativa, na qual buscou-se consolidar a construção do produto (curso) por meio dos referenciais teóricos relativos à discussão promovida. Nos cabe ressaltar que possui essa abordagem por utilizar pelo menos dois instrumentos muito característicos: a análise documental e pesquisa bibliográfica.

Entretanto, segue além de uma análise documental, no sentido de que vislumbra elementos para além da BNCC, documento que impulsiona a pesquisa. Ultrapassa a perspectiva da revisão bibliográfica, pois mesmo se balizando em teóricos da área, propõe um produto, exigência de um curso de mestrado profissional em ensino de matemática.

Para André e Ludke:

Na maior parte dos estudos qualitativos, o processo de coleta se assemelha a um funil. A fase inicial é mais aberta, para que o pesquisador possa adquirir uma visão bem ampla da situação, dos sujeitos, do contexto e das principais questões do estudo. Na fase imediatamente subsequente, no entanto, passa a haver um esforço de “focalização progressiva” (Stake, 1981) do estudo, isto é, uma tentativa de delimitação da problemática focalizada, tornando a coleta de dados mais concentrada e mais produtiva. (ANDRÉ e LUDKE, 1986, p. 46)

Para tanto, inicialmente, realizamos uma exploração pormenorizada do documento BNCC, buscando entender seus pressupostos e apontamentos. Em seguida iniciamos um levantamento de materiais e documentos que pudessem colaborar com os estudos e com o desenvolvimento do curso.

E desta forma, através da análise e reflexão dos materiais selecionados, o curso de Álgebra para professores dos anos iniciais foi elaborado. Ressaltamos que nesta pesquisa não há sujeitos envolvidos, nem lócus.

A ideia inicial da pesquisa era realizar um estudo de caso através da aplicação do curso para um grupo de professores dos anos iniciais, porém a proposta da pesquisa foi modificada devido à instalação do isolamento social.

Inicialmente o curso foi moldado com 6 encontros presenciais de duas horas cada. Os dois primeiros encontros foram propostos intencionando uma troca de saberes e experiências sobre a BNCC e a matemática nos anos iniciais. Nos quatro últimos, os cursistas vivenciariam na prática atividades para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A ideia dos dois primeiros encontros presenciais foi mantida e reformulada. A aplicação prática que aconteceria nos últimos quatro encontros foi substituída

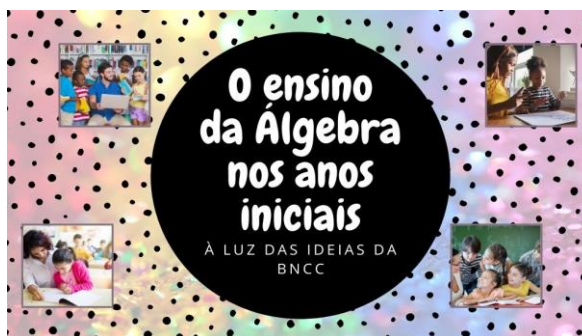
por uma plataforma com atividades reflexivas sobre o tema e mais encontros online para troca de saberes e experiências.

Assim, a pesquisa ganhou um novo direcionamento, passando a conceber somente a estrutura de um curso para professores, excluindo a aplicação do mesmo a docentes.

Capítulo 4: Um curso de formação continuada sobre o ensino de Álgebra para professores dos anos iniciais

Nesta etapa do presente trabalho é apresentado o curso de formação continuada: “O ensino da Álgebra nos anos iniciais à luz das ideias da BNCC”. (Figura 2).

Figura 2: O Ensino da Álgebra nos anos iniciais



Fonte: Autoria própria (2020)

O curso é composto por duas etapas, uma presencial e outra remota, e tem o objetivo de fornecer um espaço de estudo, reflexão, troca de experiências e formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como base a BNCC e com foco na unidade temática Álgebra.

Além da BNCC, todos os momentos do curso baseiam-se, principalmente, em ideias dos autores Romulo Campos Lins, João Pedro da Ponte, Dario Fiorentini, Geraldo Perez, Ana Paula Canavarro e António Nóvoa. É importante ressaltar que este é um de curso a ser aplicado para diferentes grupos e, ao ministrar em cada grupo, é preciso levar em consideração as necessidades da comunidade em questão. A sugestão de duração do curso é de um semestre, com os encontros presenciais nas duas primeiras semanas e a etapa remota acontecendo no decorrer do período, porém, ao observar particularidades do grupo, esse formato pode ser reajustado.

A primeira etapa do curso, que é realizada presencialmente, acontece em dois encontros. O primeiro tem como objetivo realizar uma reflexão sobre a chegada da BNCC e os impactos na educação por conta deste documento e de outros fatores da atualidade, como a pandemia ou outros adventos futuros, que sejam impactantes para o ensino da matemática nos anos iniciais e que o dinamizador, ou os cursistas, desejem ressaltar. Nesse encontro, além da BNCC, resalta-se a perspectiva de mudança com a ideia da quebra de paradigma da educação, refletindo sobre a profissão de professor e o papel da escola no contexto da

sociedade atual. Utilizamos principalmente, apontamentos de Perez (2004), de Ponte (1998) e Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999) sobre a formação continuada de professores e de Nóvoa (2020), sobre as transformações no ensino aceleradas pelo distanciamento social devido a pandemia.

O segundo encontro possui foco em refletir sobre a matemática dos anos iniciais e as práticas de sala de aula, além de iniciar os estudos sobre o pensamento algébrico e as atividades investigativas. Para atingir esses objetivos utiliza-se, principalmente as ideias de Lins (1994a, 1994d), Lins e Gimenez (1997a), Fiorentini e Miorim (1993), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) e Canavaro (2009), sobre a matemática nos anos iniciais, mais especificamente sobre o pensamento algébrico e as ideias de Ponte (1995, 2003) sobre as atividades investigativas. Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) realizaram um trabalho com atividades que chamou de exploratório-investigativas, focada no desenvolvimento do pensamento algébrico e utilizando as ideias de Ponte. Desse modo, optou-se por dinamizar nesse encontro a atividade apresentada no artigo de Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005, p. 12-13) para que os cursistas vivenciem a dinâmica desse tipo de tarefa na sala de aula e possam refletir ativamente sobre ela. É um momento para pensar na proposta da BNCC com o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais, refletir sobre experiências, vivenciar novas práticas e buscar novas ideias.

Na segunda etapa, os professores passam a ter acesso a uma sala de aula da plataforma *Google Classroom* onde exploram a ideia de pensamento algébrico em meio a práticas de sala de aula. Além da plataforma, três encontros são realizados por meio de videoconferência, que têm como objetivo a realização de troca de saberes, experiências e ideias entre seus pares.

Na plataforma, os professores analisam ideias de possíveis tarefas de Álgebra para os anos iniciais, entre elas atividades dinâmicas, investigativas, exploratórias e com o uso de material manipulável. Este momento tem como base as ideias apresentadas no segundo encontro presencial e também as perspectivas de Perez (2004) e Ponte (1998) sobre formação de professores, principalmente no incentivo à reflexão na ação e sobre a ação.

Os três encontros por meio de videoconferência da segunda etapa são realizados mensalmente no mesmo período em que os professores realizam a interação na plataforma online. Após a reflexão realizada nos dois encontros presenciais e o início dos estudos na plataforma, espera-se que os professores reflitam e implementem novas práticas com suas turmas e as compartilhem com seus pares. Este momento tem como fundamento a ideia de reflexão na formação continuada exportada por Perez (ibidem).

No primeiro encontro, acontece uma troca de ideias e experiências com foco na reflexão do desenvolvimento do pensamento algébrico para alunos dos anos iniciais e na aplicação de atividades investigativas. No segundo encontro, realiza-se uma análise ano a ano de algumas habilidades propostas pela BNCC e seu desenvolvimento a partir de diferentes ideias de atividades sugeridas pelos cursistas ou através das atividades sugeridas na plataforma do *Google Classroom* e adaptadas à realidade da sala de aula dos professores. O último encontro tem foco no projeto final desenvolvidos pelos cursistas e o encerramento do curso. Neste encontro os professores apresentam sua melhor ideia sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais e relatam suas experiências vivenciadas durante os meses de curso.

Nos próximos tópicos apresenta-se cada etapa com a descrição do seu desenvolvimento.

4.1 Etapa Presencial

A etapa presencial possui dois encontros que utilizam trechos da BNCC, charge, memes, parábola e vídeo como instrumento para fomentar a reflexão sobre os temas em questão. Ao final do segundo encontro realiza-se uma atividade prática com os cursistas.

4.1.1 Primeiro encontro presencial (Duração estimada: 2h):

Figura 3: Primeiro encontro



Fonte: Autoria própria (2020)

A chegada da BNCC é uma novidade, porém este encontro (Figura 3) não tem como objetivo principal apresentar o documento aos participantes. Neste primeiro momento o que se faz é uma reflexão sobre os impactos e mudanças que a chegada desta legislação propõe para os anos iniciais do Ensino Fundamental tanto com relação à educação de forma geral quanto, mais especificamente, dentro da sala de aula.

Para fins de apresentação da BNCC é fornecido aos participantes um material impresso com trechos importantes para serem ressaltados e sugestões de sites⁷, como o próprio site do MEC e o site movimento pela base, e a recomendação de um aplicativo de celular chamado *BNCC Consult*, disponível na *Play Store*, onde é possível consultar o documento por partes. Além disso, é aconselhado aos professores que, em um outro momento, seja realizada a leitura integral do documento, caso ainda não tenha sido feito.

Sobre o ano de 2020, é preciso refletir sobre as experiências vivenciadas neste momento tão peculiar, realizando um debate com tópicos como: o papel da escola, o papel do professor, as práticas de ensino e aprendizagem, chamando a atenção para a importância da liberdade criativa do pensamento, livre de preconceitos e aberto às mudanças de paradigmas propostas pela nova BNCC e as impostas pela pandemia provocada pelo novo coronavírus.

Para iniciar a temática é apresentado aos professores um vídeo que ilustra uma conhecida parábola⁸ que relata uma experiência com macacos. (Figura 4).

Figura 4: Como nascem os paradigmas



Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=_ZSSyI3my38. Acesso em: 18/12/2020

Diz ela que cientistas fizeram um experimento com 5 macacos que precisavam subir em uma escada par pegar bananas. Cada vez que um subia, os outros levavam um jato de água

⁷ Sugestões de sites: basenacionalcomum.mec.gov.br e movimentopelabase.org.br

⁸ Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_ZSSyI3my38. Acesso em: 18/12/2020

fria. Depois de um certo tempo, quando um macaco ia subir a escada, os outros o enchiam de pancada. Assim, todos aqueles macacos pararam de subir na escada. Os cientistas substituíram um dos macacos e este, desconhecendo a questão, subiu na escada e levou pancada. Aos poucos, também este macaco não subia mais na escada. De um em um, os cientistas substituíram todos os macacos. E a cada substituição, o mesmo acontecia: tentava subir na escada e apanhava, até desistir. Os cientistas ficaram então com um grupo de 5 macacos que, mesmo nunca tendo tomado um banho de água fria ou sequer visto outro macaco tomar, espancavam aquele que tentasse subir na escada.

Essa parábola mostra a importância da liberdade de pensamento e a necessidade de reflexão sobre nossos saberes. Segundo Perez, “É preciso estudo, trabalho e pesquisa para renovar e, sobretudo, reflexão para não ensinar apenas ‘o que’ e ‘como’ lhe foi ensinado.” (PEREZ, 2004, p. 252). Após a apresentação do vídeo permite-se um momento de troca entre os professores, para que exponham seus pensamentos e ideias, compartilhando-as com seus pares.

A seguir, é apresentado um trecho da palestra do educador Nóvoa (2020), disponível no YouTube⁹. Após assistir ao vídeo permite-se que os professores se manifestem, expondo suas opiniões, vivências, ideias e práticas.

O dinamizador chama a atenção para alguns pontos, caso estes não sejam comentados, como a reflexão sobre o ensino remoto devido à pandemia. Incentiva a troca de experiências e relatos sobre a dificuldade enfrentada pelos professores no início do isolamento social ao se depararem com a necessidade de proporcionar a aprendizagem aos seus alunos de maneira remota e como estes foram vencendo estas dificuldades com o passar do tempo - refletir sobre as práticas adquiridas durante o período de isolamento e a continuidade destas no ensino presencial. Sugere que analisem o uso de diferentes instrumentos de aprendizagem como livros, recursos tecnológicos e materiais manipuláveis, além de diferentes maneiras de promoção da aprendizagem.

Alguns pontos citados por Nóvoa (2020) devem ser amplamente debatidos por sua importância na continuidade de um novo modelo educacional no pós-pandemia. São eles:

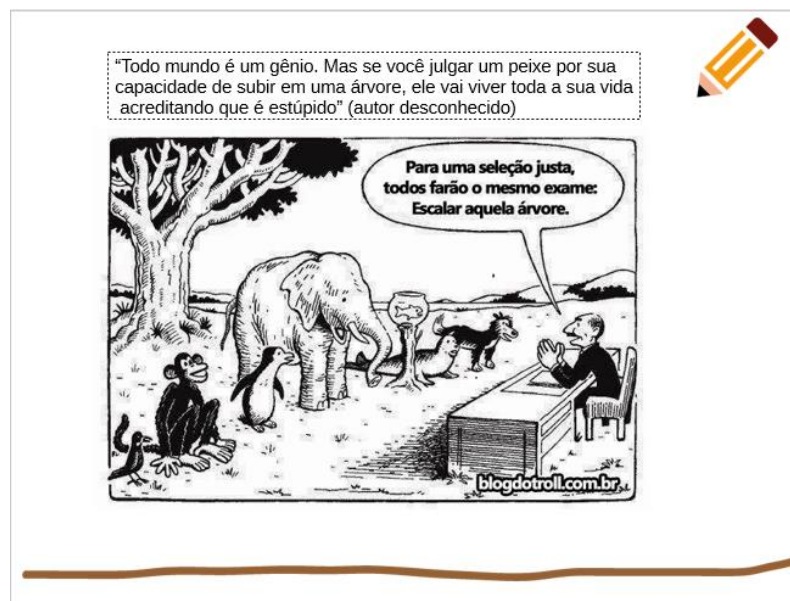
- Diversidade de métodos e modelos de aprendizagem.
- Capacidade de Cooperação professor/aluno, professor/professor e aluno/aluno.

⁹ Palestra do educador António Nóvoa na abertura da Formação Continuada Territorial a Distância realizada pela Secretaria da Educação do Estado da Bahia, por meio do Instituto Anísio Teixeira, por uma transmissão (live). <<https://www.youtube.com/watch?v=7kSPWa5Nico>> Entre 29 minutos e 30 segundos até 33 minutos e 50 segundos. Acesso em 18/12/2020

- Importância da interação humana professor/aluno, mesmo que em espaços diversos.
- Além dos muros da escola – Cidade Educadora (aprendizagem está centrada na escola e no professor, mas ela interage com a diversidade à sua volta).
- São perguntas importantes a se fazer: o que se pode fazer, dentro da nossa realidade e do nosso momento, em relação a essa “metamorfose da escola”? O que pensam os professores sobre ela?
- Sobre a criação de “novos ambientes de aprendizagem”, o que podemos esperar dentro da nossa realidade?

Após a reflexão e a troca entre os professores, utiliza-se uma charge e uma frase de autores desconhecidos para dar continuidade às reflexões. (Figura 5).

Figura 5: Slide - Pluralidade na educação



Fonte: Slide de autoria própria¹⁰ (2020)

A charge mostra um processo de seleção em que se pede a diversos animais (pássaro, macaco, pinguim, elefante, peixe, foca e cão) para subir em uma árvore e diz o instrutor: “Para uma seleção justa, todos farão o mesmo exame: Escalar aquela árvore.” A frase acima da charge reflete a moral da história: “Todo mundo é um gênio. Mas se você julgar um peixe

¹⁰ Fonte da imagem:

[http://2.bp.blogspot.com/-n2k8yVJMquw/U9AfzMKar9I/AAAAAAAAAfo/Rab4IT5oPgA/s1600/descolarizacao-educacao-ativa-unschooling-educacao-orientada-a-crianca+\(1\).jpg](http://2.bp.blogspot.com/-n2k8yVJMquw/U9AfzMKar9I/AAAAAAAAAfo/Rab4IT5oPgA/s1600/descolarizacao-educacao-ativa-unschooling-educacao-orientada-a-crianca+(1).jpg). Acesso em 18/12/2020

Fonte da frase: <https://www.pensador.com/frase/ODY4ODk3/>. Acesso em 18/12/2020

pela sua capacidade de subir em uma árvore, ele vai viver toda a sua vida acreditando que é estúpido.”

Posteriormente à apresentação da charge, abre-se um momento de reflexão, permitindo mais uma troca entre os professores. Essa charge nos faz pensar no importante papel do professor na condução da educação de uma criança: que potencialidades ela possui, quais suas dificuldades e facilidades, a que cultura pertence e o legado que traz consigo, as dificuldades da vida fora da escola em momentos diferentes etc. No caso específico da matemática, em especial da Álgebra, quais formas de raciocínio possui esse aluno? As pessoas não traçam, todas, o mesmo caminho na solução de questões. Possuem caminhos próprios, que, em um primeiro momento, pode não ser compreendido pelo outro. Na nova educação que se propõe o professor não é o detentor de conhecimentos cujos conteúdos devem ser memorizados ou aprendidos apenas com objetivos avaliativos. O que se quer é o desenvolvimento das potencialidades e capacidades daquela criança.

Neste momento, passa-se a analisar a BNCC, em particular as dez competências gerais propostas para todo o ensino básico. O dinamizador solicita que os professores se dividam em grupos menores para debater sobre possíveis práticas de sala de aula que contemple uma, ou mais, entre as dez competências gerais, tendo em vista, também, toda a discussão realizada neste encontro do curso.

Finaliza-se este momento com a exposição das ideias debatidas em cada grupo e a sugestão que se dê continuidade, no dia a dia, de toda a reflexão levantada neste encontro.

4.1.2 Segundo encontro presencial (Duração estimada: 4h):

Figura 6: Segundo encontro



Fonte: Autoria própria (2020)

Neste segundo momento (Figura 6), a troca se estreita para o ensino da matemática, refletindo sobre a reestruturação do currículo dos anos iniciais com a chegada de novos objetos de conhecimento da Álgebra e os impactos trazidos por essa nova unidade temática para estes anos, além da realização de compartilhamento de experiências e práticas de sala de aula em aulas de matemática. É um momento de refletir sobre o ensino deste componente curricular, que acompanhamos até então, e o que se espera para os próximos anos. Neste encontro, espera-se também conhecer e entender a importância das atividades investigativas, introduzindo a ideia de pensamento algébrico nos anos iniciais.

Para iniciar o encontro, é mostrado um meme aos cursistas para, a partir dele, provocar uma troca de vivências e experiências em aulas de matemática. (Figura 7).

Figura 7: Meme



Fonte: Slide de autoria própria¹¹. (2020)

O dinamizador incentiva a troca com provocações: “Já pararam para se perguntar por que estudaram certos conteúdos em matemática na escola?”, “Citem uma boa experiência que vocês tenham vivenciado em aulas de matemática, quando estavam no ensino básico.”, “Você tem alguma história que te marcou em aulas de matemática? Boa ou ruim?”, “Como você se vê como professora ou professor de matemática?”, “Que experiências você proporciona aos seus alunos?”, “O que costuma dizer aos alunos que perguntam o porquê de estudarem certos assuntos?”, “O que você acha ser importante em uma aula de matemática?”, “Para você, qual é a importância de se despertar o interesse e a curiosidade dos alunos?”.

Após as primeiras reflexões, o dinamizador promove um momento de atividade prática com uma tarefa investigativa para os professores desenvolverem. Neste instante, busca-se

¹¹ Fonte do meme: <https://www.instagram.com/artesdepressao/?hl=pt-br>. Acesso em 18/12/2020.

apresentar aos cursistas a ideia de pensamento algébrico e como este pode ser desenvolvido através de atividades exploratórias e investigativas.

Para iniciar a atividade, é solicitado que os professores se reorganizem em grupos menores. A tarefa a ser aplicada, descrita abaixo na íntegra, foi desenvolvida em 2005 por Fiorentini, Fernandes e Cristovão, em um projeto de pesquisa com auxílio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) denominado “Um Estudo das Potencialidades Pedagógicas das Investigações Matemáticas no Desenvolvimento do Pensamento Algébrico” (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 12-13).

“A Máquina Mágica

A tarefa tem como objetivos:

- Desenvolver a linguagem e o pensamento algébricos através de tarefas e atividades exploratório-investigativas, as quais visam instigá-los a fazer explorações, descobertas, conjecturas e argumentações que comprovem ou não as conjecturas. justificativas a comunicar-se e a argumentar matematicamente.*
- Utilizar-se da escrita na elaboração de relatórios, além de dar significado e forma às interpretações, conjecturas, descobertas e justificativas.*
- Utilizar-se da linguagem oral para relatar, socializar e justificar aos colegas as descobertas e resultados de seu grupo.*
- Desenvolver a capacidade de trabalho investigativo em colaboração com os colegas.*

Instruções:

Os grupos serão constituídos por 4 pessoas, de tal forma que sejam divididas as obrigações de cada um. Escolham:

- Um Coordenador: responsável pela organização do trabalho e pela resolução de possíveis conflitos;*
- Um Redator: responsável pela redação final do registro a ser entregue.*
- Dois Relatores: serão dois membros do grupo, responsáveis pela apresentação (para toda a classe) dos resultados encontrados pela equipe.*

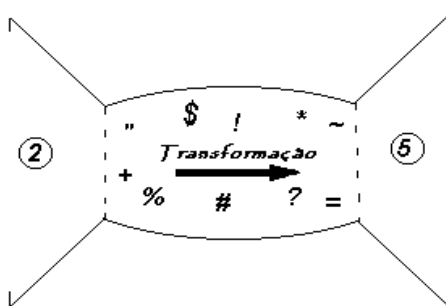
Apesar da divisão acima, todos deverão participar das etapas de produção do trabalho.

Atenção: A elaboração do relatório é de responsabilidade do grupo. Os raciocínios e estratégias utilizados devem ser anotados com detalhes. Além disso, o capricho e os cuidados em sua versão final também são critérios de avaliação.

A Tarefa:

Hoje, vocês conhecerão a Máquina Mágica. Ela faz transformações de números escolhidos por nós em outros números. O seu mecanismo é simples: ela faz a mesma magia para qualquer número que passar por ela. Além disso, ela é uma máquina especial: ela não possui um segredo único, isto é, existem vários truques de transformação. Vocês seriam capazes de descobrir as magias dessa máquina? Desafio vocês a descobri-las!

A máquina é a seguinte:



O modo de operá-la é o seguinte: ao escolher o número 2, a máquina o transformou em 5. Que tal? Muito complicado? Abaixo, encontram-se algumas questões para ajudá-los no entendimento da tarefa.

- 1. Descubram a magia dessa máquina e, em seguida, façam um teste para outros cinco valores. Nessa máquina, pode-se escolher números negativos para serem transformados? E o zero?*
- 2. Como foi comentado no início, se vocês analisarem a máquina com mais atenção, encontrarão outras magias possíveis para ela. Anotem todas as magias que encontrarem. Em seguida, escolham uma dessas magias e testem-na para outros cinco valores.*
- 3. Escrevam, com suas palavras, qual é a magia feita pela máquina escolhida no item 2.*
- 4. Com a magia escolhida no item 2, testem para um número 'x'. Como ficaria o resultado? Escreva uma expressão matemática que represente o número x transformado pela máquina."*

A tarefa é aplicada na íntegra, realizando apenas uma modificação da questão 4, substituindo por: “Com a mágica escolhida no item 2, testem para um número desconhecido. Como ficaria o resultado? Escreva uma expressão matemática que represente o número desconhecido transformado pela máquina.”

Ao final da tarefa, os professores expõem suas observações e o dinamizador atrai a atenção para pontos importantes com objetivo de fortalecer a ideia de pensamento algébrico e de atividades investigativas:

- A potencialidade de atividades em grupo e como é possível incentivar a cooperação entre os alunos;
- A importância da realização de registros escritos e relatos orais e do despertar da curiosidade e da criatividade dos alunos na sala de aula;
- Reflexão sobre as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos e de que maneira o professor pode utilizar dessas dificuldades para aprimorar a aplicação da atividade;
- Levantamento de ideias sobre possíveis atividades investigativas a serem aplicadas com seus alunos para trabalhar conteúdos relativos ao pensamento algébrico.

Ao final, apresenta-se a etapa do Google Classroom, que os professores terão acesso a partir deste encontro, orientando como serão realizados os estudos através dessa plataforma.

4.2 Etapa online

Nesta etapa, os professores acompanham as atividades por meio da plataforma *Google Classroom* e, durante os estudos, participam de encontros remotos por meio de videoconferência com objetivo de fortalecer as ideias propostas na plataforma e interagir com os seus pares. Um grupo no *Whatsapp* também é utilizado para a troca de informações, ideias, sugestões, experiências ou qualquer outro objetivo ligado ao desenvolvimento do curso.

4.2.1 Plataforma *Google Classroom*

O momento que se vivencia na plataforma (Figura 8) é destinado à reflexão sobre o pensamento algébrico. Para fomentar esta reflexão são apresentadas ideias de atividades direcionadas ao desenvolvimento das habilidades da unidade temática “Álgebra” dos anos iniciais do Ensino Fundamental, propostas pela BNCC. No presente tópico são mostrados

apenas alguns exemplos daquilo que os cursistas estudam na plataforma. Todo o material é apresentado, na íntegra, nos Apêndices.

Figura 8: Página inicial

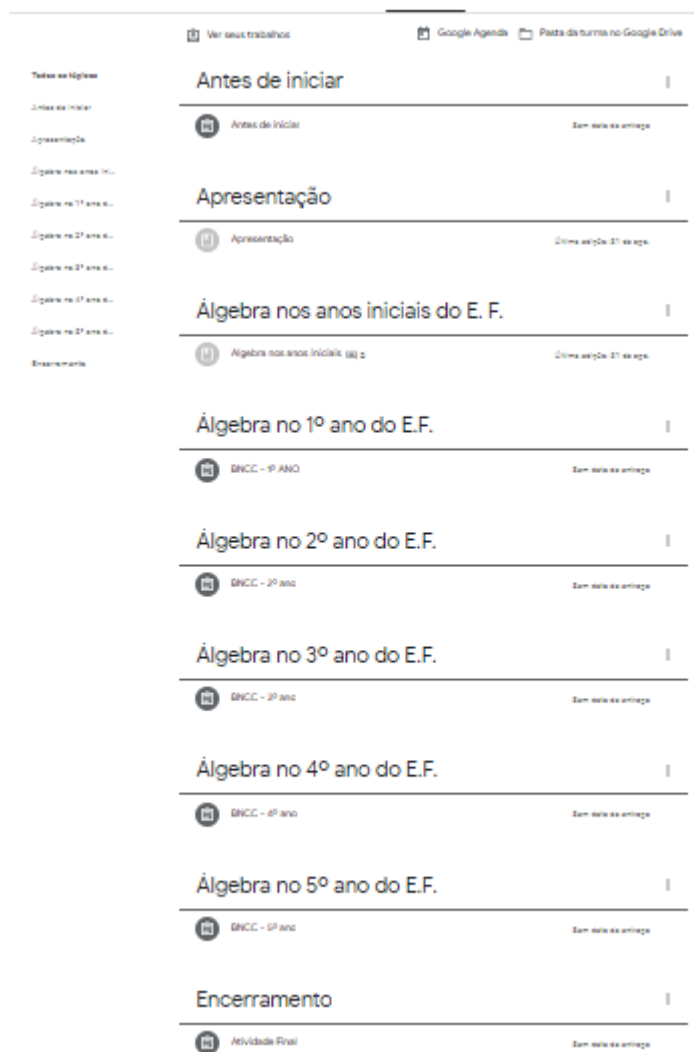


Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Na página inicial da sala é exibido o mural do curso onde os participantes podem trocar informações, caso desejem. O conteúdo a ser desenvolvido nesta etapa encontra-se na aba “Atividades”.

Com objetivo de organizar as ideias a serem apresentadas, o desenvolvimento desta etapa está separado em alguns tópicos. São eles: Antes de iniciar; Apresentação; Álgebra nos anos iniciais do E.F.; Álgebra no 1º ano do E.F.; Álgebra no 2º ano do E.F.; Álgebra no 3º ano do E.F.; Álgebra no 4º ano do E.F.; Álgebra no 5º ano do E.F.; Encerramento (Figura 9).

Figura 9: Aba - Atividades



Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

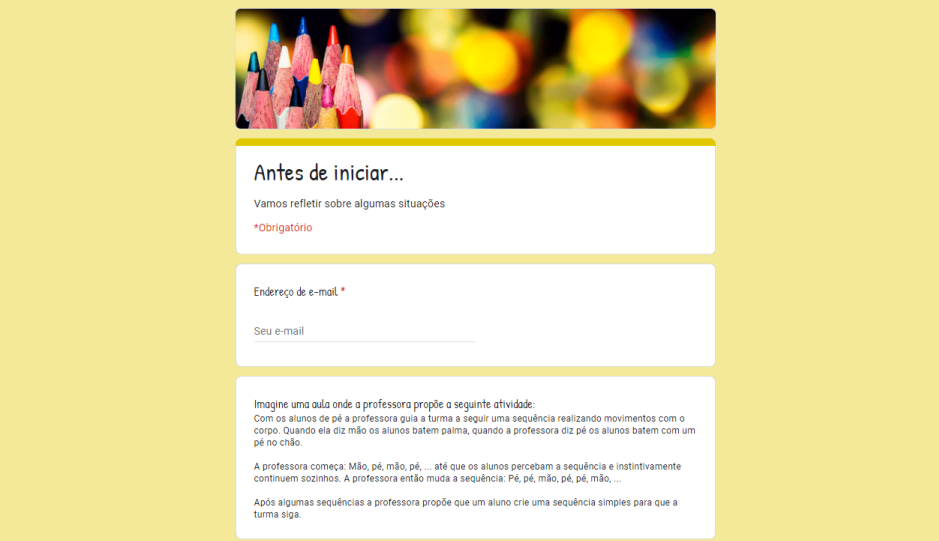
Nesses tópicos são encontradas atividades criadas por meio do recurso *GoogleForms*, materiais elaborados em pdf e um vídeo, todos de autoria própria. As atividades se apresentam por meio de texto escrito e, para melhor visualização, são acompanhadas de imagens ilustrativas.

Essas propostas possuem o objetivo de despertar ideias, bem como o entendimento e a reflexão sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Desta forma, este momento do curso não tem como objetivo fornecer um catálogo de propostas prontas para serem aplicadas aos alunos, mas proporcionar ao cursista um momento de aprendizagem e aprofundamento sobre o tema, estimulando a prática da reflexão antes, durante e após a ação em sala de aula. Para isso, o cursista encontra, em meio às atividades apresentadas, simulação de uma possível aplicação em uma turma, além de

perguntas discursivas a serem respondidas no *GoogleForms* e que possuem como objetivo estimular essas reflexões. Em todos os formulários o cursista deve inserir seu endereço de *email* para que receba uma cópia de suas anotações.

Na etapa “Antes de iniciar” (Figura 10), o cursista tem acesso a um formulário com algumas atividades apresentadas com o propósito de iniciar a reflexão do que vem a ser o pensamento algébrico e o seu desenvolvimento com alunos dos primeiros anos do Ensino fundamental.

Figura 10: Questionário - Antes de iniciar



Antes de iniciar...
Vamos refletir sobre algumas situações
**Obrigatório*

Endereço de e-mail *
Seu e-mail _____

Imagine uma aula onde a professora propõe a seguinte atividade:
Com os alunos de pé a professora guia a turma a seguir uma sequência realizando movimentos com o corpo. Quando ela diz mão os alunos batem palma, quando a professora diz pé os alunos batem com um pé no chão.
A professora começa: Mão, pé, mão, pé, ... até que os alunos percebam a sequência e instintivamente continuem sozinhos. A professora então muda a sequência: Pé, pé, mão, pé, pé, mão, ...
Após algumas sequências a professora propõe que um aluno crie uma sequência simples para que a turma siga.

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020).

A primeira atividade apresentada propõe uma dinâmica onde os alunos, em círculo, batem as mãos e os pés de acordo com uma dada sequência (Figura 11). Depois, os alunos passam a criar novas sequências e ainda tentam prever os movimentos a serem realizados. Para auxiliar na reflexão do cursista, algumas perguntas aparecem em meio ao desenvolvimento da atividade, tais como: “*Para você, qual é o objetivo da professora ao realizar esta primeira parte da atividade? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos?*” e ainda “*Na sua opinião, que habilidades os alunos desenvolverão com essa brincadeira? Qual a importância desse desenvolvimento para a vida escolar da criança?*”.

Figura 11: Primeira atividade do questionário "Antes de iniciar"

A imagem abaixo ilustra a atividade:

Continue a sequência

MÃO M M MÃO M ... ?

PÉ PÉ MÃO PÉ PÉ MÃO ... ?

Agora é a sua vez!
Crie uma sequência e vamos brincar!

Para você, qual é o objetivo da professora ao realizar esta primeira parte da atividade? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

Sua resposta

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Espera-se que o cursista reflita sobre os questionamentos apontados nas perguntas entre outras possíveis reflexões como, por exemplo, que se perceba a noção de sequências e o possível desenvolvimento desta ideia por meio de uma atividade lúdica, onde os alunos aprendem de forma prazerosa.

Em seguida, é apresentada a ideia de uma atividade utilizando material manipulável: 10 bolinhas e 2 copos (Figura 12).

Figura 12: Segunda atividade do questionário "Antes de iniciar"

Dez bolinhas em 2 copos: Como posso organizá-las?

Primeiro momento
Em um primeiro momento a professora apenas entrega o material aos alunos e pede que observem.
Um aluno diz:
- Para ser justo vou dividir igualmente, 5 bolinhas em cada copo.
Outro aluno comenta:
- Coloquei todas as bolinhas no copo laranja.
É importante que os alunos estejam livres para explorar, sem qualquer direcionamento.

Na sua opinião, qual era o objetivo da professora ao permitir que os alunos explorassem o material, durante um tempo, permitindo a interação entre os alunos, antes de direcionar a atividade? *

Sua resposta

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Esta tarefa, de estrutura aberta, permite que os alunos se reúnam em grupos para que experimentem a organização das dez bolinhas nos copos e, através de anotações, façam algumas observações e descobertas. Espera-se que o cursista perceba as múltiplas oportunidades de aprendizagem que esta atividade propicia. Entre outras, citamos algumas:

- A prática do registro, permitindo que o aluno se expresse livremente enquanto o professor orienta e incentiva o registro por meio da igualdade.
- A utilização e o entendimento do sinal de igualdade a partir da noção de equivalência.
- A importância das atividades em grupo e da troca entre os alunos.
- A relação próxima entre a Álgebra e a aritmética.

No decorrer da atividade o cursista é direcionado a realizar algumas reflexões através de perguntas como:

- *“Na sua opinião, qual era o objetivo da professora ao permitir que os alunos explorassem o material durante um tempo, permitindo a interação entre os alunos, antes de direcionar a atividade?”*
- *“Por que a professora dividiu a turma em grupos? Quais objetivos você acredita que ela tinha em mente ao solicitar que os alunos expusessem suas observações para toda a turma?”*
- *“Que observações são possíveis de se fazer através dessa atividade? Que habilidades estão sendo desenvolvidas nos alunos?”*

Após as reflexões fornecidas pelas atividades do tópico “Antes de iniciar”, o cursista encontra um material em PDF no tópico “Apresentação”, que tem como objetivo apresentar esta parte do curso, desenvolvida na plataforma do *Google Classroom*. (Figura 13).

Figura 13: Material de apresentação da etapa do curso na plataforma

ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO E.F.

ALGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO E.F.

O PENSAMENTO ALGÉBRICO

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

- Reguladores e Padrões em Sequências
- Noção de equivalência
- Relação entre as operações
- Varição e Proporcionalidade
- Construção de significado



Sejam bem-vindas ao segundo momento deste curso de formação continuada sobre abordagens para o ensino da álgebra à luz das ideias da BNCC. Este curso é fruto resultante de uma pesquisa de mestrado em Ensino de Matemática e, contou com dois momentos, presencial e a distância, respectivamente. Na primeira momento, ocorreram palestras sobre o panorama educacional brasileiro via BNCC e do ensino da matemática. Nessas palestras, rodas de conversas foram concebidas no sentido de buscar entender a real necessidade dos professores quanto a Álgebra. Surgiram reflexões, necessidades e pedidos de professores quanto a formação do mesmo.

Assim, iniciamos aqui um estudo sobre essa nova unidade temática que, a partir de 2020, deixou de ser enfatizada apenas nos anos finais do Ensino Fundamental, passando a compor um dos pilares de todo o Ensino Fundamental, unindo-se à Geometria, Números, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Mas afinal, o que é Álgebra no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental? O que o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa saber sobre álgebra? Qual é o papel da álgebra para o desenvolvimento de seus alunos?

À aprendizagem da álgebra no Ensino Básico

Há algum tempo, estudos questionam a aprendizagem da álgebra na educação básica. Segundo Canavaro, "A Álgebra escolar têm estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos terem adquirido um estatuto de primazia per se" (CANAVARRO, 2007, p. 88). Segundo Miriam Ferreira "Pesquisas como as de Blanton e Kaput (2005), Canavaro (2007), Canaher et al. (2006), Kieran (2004), Mestre e Oliveira (2011), Russell, Schifter e Bastable (2011), Schlemmer, Canaher e Brucuelo (2007), entre outras, sinalizam para uma associação entre Aritmética e Álgebra, da mesma forma que enfatizam que o ensino das bases da Álgebra pode contribuir para uma aprendizagem mais aprofundada da própria Aritmética."

Questiona-se o início tardio do desenvolvimento da álgebra no ensino básico. Segundo Lins "é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra" (Lins 1976). Daria Fiorentini e Maria Ângela Morim (1995) acreditam que não existe qualquer argumento de ordem pedagógica que sustente que o transformismo seja o primeiro momento da educação algébrica. O que podemos concluir é que o ensino da álgebra que temos visto nas escolas baseia-se em regras e procedimentos, que o aluno aprende com a prática, muitas vezes à "base da decoreba". O que é proposto por muitos estudiosos, e agora pela BNCC, é que iniciem-se os estudos da álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental através do Pensamento Algébrico. Propõem nesta etapa do curso que possamos entender através de atividades o que é o pensamento algébrico e sua importância para o desenvolvimento do aluno.



Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

O documento (Figura 13) apresenta, além de uma introdução e do texto “A aprendizagem da Álgebra no Ensino Básico”, a estrutura desta etapa do curso na plataforma e algumas dicas para o melhor aproveitamento dos estudos neste momento da plataforma *Google Classroom*. (Figura 14).

Figura 14: Estrutura do curso na plataforma e dicas



Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

No tópico seguinte, o cursista assiste a um vídeo de autoria própria e analisa um material explicativo em PDF (Figura 15) sobre a Álgebra nos anos iniciais que tem como objetivo apresentar o pensamento algébrico e as atividades investigativas por meio de citações de autores renomados, além de exemplificar o seu desenvolvimento através da reflexão de atividades. Abaixo segue a transcrição do áudio deste vídeo e imagens do documento em PDF:

“Olá! Chegou a hora de ver do que trata a álgebra nos primeiros anos do ensino fundamental.

O que vamos perceber nessa etapa do curso é que o que se pretende com a álgebra nos anos iniciais não é aumentar a dificuldade dos estudos e tampouco criar um estudo formalizado de álgebra para os pequenos.

A BNCC traz habilidades de álgebra para os primeiros anos direcionando para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

É um momento para desenvolver o raciocínio e as habilidades que permitam compreender o que está por trás, por exemplo, das operações e das manipulações algébricas.

Mas por que começar esse trabalho com álgebra tão cedo?

Para responder a estes questionamentos vamos lembrar que, na época em que nós estávamos na escola, havia uma transição entre o ensino da aritmética e o ensino da álgebra.

Existia uma ruptura entre o concreto e o abstrato. Conseguimos apontar exatamente a partir de que momento começamos a lidar com letras na matemática. E essa formatação gerava muita dificuldade entre os estudantes.

A verdade é que não há argumento de ordem pedagógica que sustente que o ensino da álgebra se inicie com o transformismo algébrico, ou seja, a manipulação de letras que estudamos nos anos finais do Ensino Fundamental.

Segundo os matemáticos Lins e Gimenez ‘[...] é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta, e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra’

Ao se falar em álgebra nos anos iniciais, o mais importante é entendermos que não é algo que tenha que ser ensinado aos alunos, mas, sim, desenvolvido. O pensamento algébrico se distingue da álgebra tradicional por ter foco no significado e na compreensão, além de aceitar o uso de linguagem natural, diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos, entre outros, para expressar ideias algébricas, não tendo necessidade de utilização dos famosos X e Y , ou seja, de letras.

Deixei algumas questões para iniciar a reflexão sobre práticas de sala de aula que envolvem o pensamento algébrico no tópico ‘Antes de iniciar’. Agora, convido você a uma análise sobre o pensamento algébrico através destas atividades. Vamos lá?’

Figura 15: Álgebra nos anos iniciais

Significado **Compreensão**

ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS: O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Raciocínio **Investigação**

NOS ANOS INICIAIS A BNCC PROPÕE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO. É UM MOMENTO DE EXPLORAR FORMAS DE PENSAMENTO E RACIOCÍNIO ACERCA DE SITUAÇÕES MATEMÁTICAS, BUSCANDO FORTALECER A COMPREENSÃO E A CAPACIDADE DE GENERALIZAR E REGISTRAR IDEIAS. ATRAVÉS DE TEREFAS ADAPTADAS AO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO ESPERAMOS SOBRETUDO QUE OS ALUNOS CONSTRUAM SIGNIFICADOS PARA O FAZER MATEMÁTICO.

BNCC "A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento - pensamento algébrico - que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos." (BRASIL, 2017, p. 270)

"... a álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas. Ela é, também, uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo." (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 4)

DARIO FIORENTINI

Segundo Kaput, Blanton, & Moreno, (2008) "...no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos." (Apud CANAVARRO, 2009, p.88)

ANA PAULA CANAVARRO

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Os próximos tópicos apresentam ideias de atividades relacionadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico de acordo com os objetos de conhecimento e as habilidades descritas na BNCC para cada um dos cinco anos de escolaridade. Desta forma, apresentam-se 5 tópicos, um direcionado para cada ano.

O objetivo dessa análise separada é organizar as ideias de acordo com as habilidades a serem desenvolvidas em cada ano, pois, a partir de 2020, as práticas de sala de aula precisam se orientar pela BNCC. Desta forma, os professores podem refletir sobre o que e como trabalhar com seus alunos de acordo com a legislação e seguindo uma dinâmica de aprendizagem mais aberta, através de tarefas exploratórias e investigativas, de atividades dinâmicas, lúdicas e com materiais manipuláveis.

No entanto, é importante ressaltar que as habilidades da unidade temática Álgebra são muito próximas de um ano para outro e, em geral, o desenvolvimento de cada habilidade é retomado e aprofundado no ano seguinte. Assim, as atividades podem, e devem, ser adaptadas à realidade de cada turma e de cada ano, não sendo limitadas para o ano em que são apresentadas.

Espera-se que o professor reflita sobre possíveis ideias, que seja capaz de elaborar suas próprias atividades ou realizar adaptações às ideias sugeridas no material, além de estimular o hábito da reflexão na ação e sobre a ação.

Em cada tópico, o cursista analisa dois formulários com as atividades e suas reflexões. Os textos dos formulários são apresentados por meio da simulação de uma aplicação da atividade sugerida. No decorrer da atividade apresentam-se, de forma fictícia, algumas interações entre a professora e os alunos e alguns levantamentos e respostas fornecidos por alunos com objetivo de auxiliar a reflexão do professor sobre a tarefa e sua aplicação. Desta forma, pretende-se que o cursista desenvolva a criatividade e a percepção de como é possível aproveitar os imprevistos da aplicação como propulsores no processo de aprendizagem dos alunos.

Em todos os formulários o cursista deve inserir seu *email* para que receba uma cópia das reflexões redigidas como respostas das perguntas presentes no material, desta forma pode-se guardar ideias desenvolvidas ao longo dos estudos e consultá-las a qualquer momento.

No início de todos os formulários referentes aos cinco anos apresenta-se um breve resumo dos objetos de conhecimento e das habilidades do ano de escolaridade em questão. Na Figura 16 pode-se observar o início do questionário do 1º ano.

Figura 16: 1º ano do E.F.



Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Após isto, são apresentadas uma ou mais atividades para cada objeto de conhecimento, tendo em vista as suas respectivas habilidades.

A maioria das atividades sugeridas são acompanhadas por imagens ilustrativas que foram elaboradas com o uso da plataforma *Canva for Education* com objetivos de facilitar a visualização da ideia proposta.

Na Figura 17 observam-se imagens de uma atividade sugerida para o primeiro ano e que tem como objetivo trabalhar o segundo objeto de conhecimento sugerido pela BNCC para este ano, descrito no quadro 6:

Quadro 8: Segundo objeto de conhecimento do 1º ano do E. F. e habilidade correspondente.

Objeto de conhecimento	Habilidade correspondente
Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequência recursiva de números naturais, objetos ou figuras.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

Figura 17: Atividades sobre sequências para o 1º ano



Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Nesta atividade apresenta-se inicialmente um poema com o qual os alunos podem se divertir livremente imitando os animais e seus pulos. A professora pode, e deve, incrementar esta etapa para explorar mais a ideia e tornar esse primeiro momento atrativo, divertido e educativo. Apresentamos, a seguir, as orientações sobre a atividade e o poema (Figura 17).

“Agora é a hora de descobrir elementos ausentes e visualizar sequências numéricas.

Nesta primeira atividade os alunos poderão analisar durante uma brincadeira sequências de 1 em 1, de 2 em 2 e de 3 em 3. As crianças poderão criar novos animais que se desloquem de 4 em 4, de 5 em 5, de 10 em 10...

A professora lê o poema para os alunos e, para ficar ainda mais interessante, pode-se elaborar uma historinha sobre os animais. Em seguida, a professora convida os alunos a imitarem os animais, realizando os movimentos com o corpo e falando em voz alta os números que estão pulando. E assim, a brincadeira deve levar os alunos a sentirem a diferença entre pulos menores (de 1 em 1, por exemplo) e outros maiores.

Se possível, coloque os números no chão para que eles sintam com mais precisão essas diferentes distâncias a pular. Depois deixem um ou outro número faltando para que descubram.”

“Após os alunos imitarem livremente os animais, a professora propõe algumas sequências para que os alunos identifiquem a que animal ela pertence, ou seja, se a sequência cresce de 1 em 1, de 2 em 2 ou de 3 em 3. A imagem exemplifica sequências simples, mas é possível inserir sequências com números maiores.”

“Depois de os alunos já estiverem craques nas sequências, a professora propõe que as crianças identifiquem elementos faltantes como na imagem abaixo:”

Durante o estudo do material e da reflexão de novas ideias, é preciso ter sempre em mente tudo o que foi debatido nos primeiros encontros. Como, por exemplo, que a aprendizagem está centrada na escola e no professor, mas ela interage com a diversidade à sua volta e que a BNCC (p. 266) afirma que “O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana [...]”. Assim, encontram-se propostas relacionadas ao cotidiano da criança, como a atividade ilustrada na Figura 18, que pode ser observada no material do 2º ano.

Figura 18: Atividades sobre sequências para o 2º ano

VAMOS CUIDAR DA NOSSA SAÚDE?

PARA CRESCER FORTE E SAUDELAVEL TEMOS QUE COMER DE 3 EM 3 HORAS

COMO PODEMOS ORGANIZAR NOSSA ALIMENTAÇÃO?

João segue as recomendações da nutricionista, comendo sempre de 3 em 3 horas.

Se João toma seu café da manhã às 9h, que horas ele almoça? E que horas ele janta?

Quais sequências de horários podem fazer parte da rotina de João?

7h - 10h - 12h - 15h - 18h - 21h
8h - 11h - 14h - 17h - 20h - 23h
6h - 9h - 12h - 15h - 18h - 21h

E se João comesse de 2 em 2 horas? Ou de 4 em 4? Ajude João a organizar sua rotina!

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Outras ideias são propostas, sem imagens auxiliando, com o objetivo de iniciar a reflexão, tendo algum tema definido, sobre como acontece na introdução do sinal de igualdade no 3º ano do Ensino Fundamental. Para refletir sobre o símbolo e sua utilização, uma situação-problema é apresentada e simulam-se algumas possíveis respostas dos alunos.

“Observe o problema abaixo

A mãe de Mariana lhe deu uma nota de 50 reais para que comprasse pão e manteiga na padaria e um remédio na farmácia. A compra na padaria custou 8 reais. Mariana pagou com a nota de 50 e, com o troco, pagou o remédio que custou 15 reais. Quanto sobrou de dinheiro?

Observe a resolução de um aluno do 3º ano: $50-8=42-15=27$

Outro aluno representou uma resolução diferente: $50 - 8+15 = 27$

Um terceiro aluno resolveu: $50-8-15=27$

Os três alunos chegaram ao mesmo resultado, mas apenas um possui a resolução correta. Muitas vezes o sinal de igual é utilizado de forma inadequada sem que a gente perceba. Isso faz com que o aluno não perceba esse sinal como um equilíbrio entre os dois lados, dificultando, mais à frente, o entendimento de problemas onde seja preciso encontrar o valor desconhecido em uma equivalência, por exemplo.

Na primeira afirmação, temos do lado esquerdo $50-8$, que resulta em 42. E do lado direito, ao final, 27. Ou seja, o aluno está afirmando que $50 - 8$ (que vale 42) é igual $42 - 15$ (que vale 27). Assim, então, ele está afirmando que 42 é igual a 27, o que é um absurdo. Uma sugestão é direcionar o aluno para que evite usar, por enquanto, 2, ou mais, sinais de igualdade na mesma linha. Assim ele resolveria:

$$50-8=42$$

$$42-15=27$$

Na segunda afirmação a falha poderia ser solucionada por meio da colocação de parênteses: $50 - (8+15) = 27$, afinal, a intenção do aluno foi de adicionar todos os gastos para retirar o valor total. Sem os parênteses estamos somando 15 ao invés de subtraí-lo, o que não condiz com o problema apresentado e nem com o resultado final, 27.

A terceira afirmação traz uma solução correta para o problema: este aluno resolveu mostrar a retirada de cada valor separadamente, assim como o primeiro aluno, mas não explicitou o resultado parcial.

O estudo da álgebra nos anos iniciais busca construir o conhecimento com compreensão. Mais especificamente quando se refere ao objeto de conhecimento 'Relação de igualdade', detalhes e elementos que, muitas vezes passavam despercebidos entre os pequenos, agora ganham um destaque importante na construção dos significados. O uso do sinal de igual, por exemplo, antes utilizado por muitos apenas para indicar a resposta, agora deve ser visto e compreendido como uma equivalência, uma separação entre duas expressões de mesmo valor. Esse entendimento permitirá a compreensão de problemas mais complexos futuramente."

Algumas perguntas são propostas para estimular a reflexão do cursista, como “*Quais possíveis notações incorretas com a utilização do sinal de igualdade um aluno do 3º ano pode apresentar? Como você orientaria para que ele entenda o erro cometido? Como você utilizaria tais erros para prosseguir com a aprendizagem?*”.

Após a análise da utilização do sinal de igualdade, são propostas ideias de atividades dinâmicas, exploratórias e investigativas para o desenvolvimento do objeto de conhecimento descrito no quadro 07.

Quadro 9: Segundo objeto de conhecimento do 3º ano do E. F. e habilidade correspondente.

Objeto de conhecimento	Habilidade correspondente
Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

A atividade representada na Figura 19 ilustra uma possível forma de desenvolver essa habilidade de forma aberta, onde o professor conduz a aplicação, mas os alunos são responsáveis por suas descobertas. É possível conferir a atividade, esta e todas as outras, na íntegra, nos Apêndices.

Figura 19: Atividade sobre Relação de igualdade para o 3º ano

2 copinhos e 10 moedas. Vamos organizá-las?

Distribua as 10 moedas nos dois copos e registre suas observações como as equivalências abaixo

10=1+9

4+6=10

8+2=10

10=3+7

Agora vamos analisar os resultados e formar novas equivalências?

Observe como Marina fez:

10=1+9

10=3+7

1+9=3+7

Qual foi o raciocínio da Marina? Você concorda com ela?

Utilizando mais dois copinhos e 10 moedas, podemos montar equivalências

O que acontece se ao invés de 10 moedas você colocar 20 em cada conjunto de copos? E se você colocar 10 moedas nos dois primeiros copinhos e 20 nos dois últimos, o que acontece com a igualdade?

Experimente algumas possibilidades e anote suas observações

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Perguntas estão sempre presentes em meio às atividades para estimular que o professor desenvolva o hábito de realizar a reflexão na ação e sobre a ação. Nesta proposta, por exemplo, o material aponta: “*Como você auxiliaria um aluno com dificuldade em visualizar a equivalência montada por Marina? Como você auxiliaria a criar novas equivalências?*” e ainda: “*Quais as possíveis observações os alunos farão? Como você guiaria essas observações para estimular a aprendizagem dos alunos?*”. É importante lembrar que os professores participam de encontros por meio de videoconferência, durante o período de estudos na plataforma, onde é possível a troca de ideias entre eles.

Algumas ideias já conhecidas são resgatadas no material em meio a atividades dinâmicas, exploratórias, investigativas e com materiais manipuláveis como, por exemplo, a confecção de uma balança similar a balança de dois pratos. No material (Figura 20) é sugerido que os alunos confeccionem uma balança utilizando cabides, copos e barbante para trabalhar o objeto de conhecimento descrito no quadro 08, referente ao 4º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 10: Quarto objeto de conhecimento do 4º ano do E. F. e habilidades correspondentes.

Objeto de conhecimento	Habilidade correspondente
Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.

Propriedades da igualdade (continuação)	(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
---	--

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

É possível explorar essa atividade de diversas maneiras, o que se propõe no material é apenas uma sugestão de aplicação com simulações de interações com os alunos.

Figura 20: Atividade sobre Propriedades da igualdade para o 4º ano

Vamos fazer uma balança com um cabide e dois copos?

Prenda, com auxílio de barbante, dois copos em um cabide como mostra a figura

Experimente colocar algumas moedas nos copos e observe o cabide. Registre e discuta com os colegas suas observações

$2+4=1+5$ $3+5=8$ $5=3+2$

O que precisamos fazer para que os copos fiquem em equilíbrio?

Caio colocou 3 bolinhas no primeiro copo e 5 no segundo. O que ele pode fazer para que os copos fiquem equilibrados?

Represente por meio de igualdades como você solucionou os problemas

Julia colocou 4 bolinhas no primeiro copo e 6 no segundo. Ela não tem mais bolinhas. O que ela pode fazer para que os copos fiquem equilibrados?

O que acontece quando colocamos ou retiramos a mesma quantidade de bolinhas nos dois copos?

Sophia deixou 5 bolinhas em cada copo. Depois retirou 2 bolinhas de cada um. O que aconteceu? E se ela acrescentar 1 bolinha em cada copo?

Represente por meio de igualdades como você solucionou os problemas

Agora vamos criar algumas situações como nossos amigos? Anote suas observações utilizando equivalências e mostre para a sua turma

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Por fim, vale ressaltar que em muitas propostas contidas nesta etapa do curso são utilizados materiais recicláveis e de fácil acesso aos alunos, como a caixa de ovo. Desta forma, o professor poderá agregar ideias de sustentabilidade, incrementando a aprendizagem.

Como exemplo, apresenta-se na Figura 21 a ilustração de uma atividade proposta para o 5º ano envolvendo proporcionalidade.

Figura 21: Atividade sobre proporcionalidade para o 5º ano

NEM SEMPRE DIVIDIMOS IGUALMENTE

Na minha escola teve um festival de talentos onde cada aluno preparou algo especial. Houve uma votação para os maiores destaques. Mil reais foram divididos entre os primeiros 4 colocados da seguinte forma:

- O terceiro colocado recebeu o dobro do quarto colocado
- O segundo colocado recebeu o triplo do quarto colocado
- O primeiro colocado recebeu o quádruplo do quarto colocado

Quanto cada um recebeu?

LUIZA UTILIZOU UMA CAIXA DE OVO PARA REPRESENTAR A SITUAÇÃO. ELA UTILIZOU FEIJOES PARA REPRESENTAR O DINHEIRO A SER DISTRIBUÍDO.

DESTA FORMA ELA DESCOBRIU QUE PRECISARIA DIVIDIR O VALOR TOTAL DO PRÊMIO EM 10 PARTES IGUAIS E DEPOIS DISTRIBUIR AS PARTES ASSIM:

4 PARTES PARA O 1º COLOCADO
3 PARTES PARA O 2º COLOCADO
2 PARTES PARA O 3º COLOCADO
E 1 PARTE PARA O 4º COLOCADO

VOCÊ CONSEGUE CRIAR UMA REGRA PARA FACILITAR A RESOLUÇÃO DESTA SITUAÇÃO?

EM QUAIS OUTRAS SITUAÇÕES PODEMOS REALIZAR DIVISÕES EM PARTES DESIGUAIS? VAMOS UTILIZAR CAIXA DE OVO PARA RESOLVE-LOS?

JOAO E DANILO TEM JUNTOS 24 FIGURINHAS, SABENDO QUE JOAO TEM O DOBRO DE FIGURINHAS DO DANILO, ENTÃO QUANTAS FIGURINHAS TEM CADA UM?

Fonte: Autoria própria - Curso na plataforma *Google Classroom*. (2020)

Espera-se que o cursista reflita sobre as muitas ideias propostas para os cinco anos de escolaridade nesta etapa do curso e, com isso, crie suas próprias atividades ou realize adaptações às ideias propostas. Dessa forma, para realizar o encerramento deste momento na plataforma, e do curso, é proposta uma atividade final que tem como objetivo fazer com que o professor reflita, organize, elabore e exponha a sua “melhor” ideia de atividade voltada para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos do Ensino fundamental.

Esta atividade pode ser elaborada contemplando qualquer habilidade apresentada pela BNCC na unidade temática Álgebra dos anos iniciais. O professor expõe sua ideia em detalhes por escrito na atividade final da plataforma e, depois, compartilha com seus pares no último encontro por meio de videoconferência.

Caso o grupo apresente demandas iniciais, é importante que o dinamizador do curso reflita sobre estas e sobre particularidades deste grupo, analisando de que maneira a elaboração desta atividade final pode auxiliar no seu desenvolvimento. Dessa forma, as especificações do projeto final a ser elaborado pelos cursistas pode ser moldado a partir dessas demandas.

Os encontros realizados por meio de videoconferência, que são apresentados no próximo tópico, também auxiliam na personalização do curso, de modo que atenda a essas particularidades do grupo.

4.2.2 Encontros por videoconferência (Duração estimada de cada encontro: 2h)

Os encontros remotos têm como objetivo realizar um acompanhamento dos estudos na plataforma e, principalmente, promover um momento de troca de ideias e experiências vivenciadas pelos professores, realizando reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Sugere-se que os três encontros sejam realizados com espaço de tempo entre eles sendo o primeiro nas primeiras semanas dos estudos na plataforma e o último após a finalização das atividades.

Nestes encontros não são apresentadas novas teorias. O dinamizador apresenta alguns momentos do curso oferecido com objetivo de incentivar as reflexões, além de buscar reflexões que atendam às demandas específicas do grupo, caso haja.

O primeiro encontro online é reservado para troca de saberes e experiências. Neste momento, os cursistas estão apenas iniciando seus estudos na plataforma, assim a reflexão é direcionada para:

- A importância da Álgebra nos anos iniciais através do desenvolvimento do pensamento algébrico;
- Os objetivos que os professores desejam alcançar com os alunos;
- Relatos sobre práticas que deram certo;
- Reflexão sobre atividades investigativas na sala de aula, relatando como tem sido as novas práticas realizadas após os primeiros encontros do curso, entre outras demandas específicas do grupo.

Sugere-se trabalhar com o material em PDF que se encontra na plataforma, no tópico “Álgebra nos anos iniciais do E. F.”. Neste material são apresentadas as perspectivas sobre pensamento algébrico dos pesquisadores considerados no referencial teórico deste trabalho (e.g. LINS (1994a, 1994d), LINS E GIMENEZ (1997a), FIORENTINI E MIORIM (1993) FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO (2005) e CANAVARRO (2009)) e o que são atividades investigativas de acordo com (PONTE (1995, 2003)), que fomentarão as discussões entre os professores. O dinamizador pode preparar um material próprio para atender às demandas do grupo.

O segundo encontro possui foco no debate e compartilhamento de ideias de atividades de Álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para fomentar a discussão, o dinamizador apresenta algumas ideias de atividades que estão na plataforma nos cinco tópicos

referentes aos anos iniciais. É um momento de refletir sobre habilidades específicas propostas pela BNCC, desenvolvendo e refletindo em conjunto ideias de atividades a serem desenvolvidas com os alunos. Este encontro fornece oportunidade para que os professores tirem dúvidas sobre os estudos, externem suas impressões sobre as atividades da plataforma, sobre o que possa ter se apresentado novo para eles, sobre ideias que eles já usaram com seus estudantes, ideias que deram certo e ideias que não deram certo.

No terceiro encontro é realizado o encerramento do curso. Espera-se que os professores relatem suas descobertas e experiências vivenciadas, além de compartilharem com detalhes o projeto final que foi desenvolvido ao final do curso oferecido pela plataforma, ou seja, os professores apresentam sua “melhor” ideia de atividade para desenvolver alguma(s) da(s) habilidade(s) de um dos anos de sua escolha. O dinamizador deve refletir sobre às demandas do grupo e, caso seja necessário, agendar mais encontros para atender a estas demandas.

Capítulo 5: Considerações finais

O ano de 2020 foi um ano peculiar. No campo da educação, foi marcado por muitas mudanças devido à pandemia do novo coronavírus que modificou temporariamente o ensino presencial em ensino remoto, fazendo com que toda a comunidade escolar se adaptasse à presente realidade. Além disso, a Educação Básica e, por conseguinte, também os primeiros anos do Ensino Fundamental, os professores estavam vivenciando a chegada da obrigatoriedade da implementação da BNCC, que trouxe, como novidade na matemática, vários objetos de conhecimento desenvolvidos no estudo da Álgebra dos anos iniciais.

Dessa forma, essa pesquisa trouxe a proposta de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais, que já estava sendo pensada como uma maneira de contribuir para a melhoria do ensino e ganhou maior importância com todos os acontecimentos vivenciados neste ano. A proposta inicial do curso sofreu algumas adaptações para melhor se adequar à realidade atual, mas manteve como principal objetivo proporcionar um momento de estudo, de reflexão, de troca de experiências e de formação para professores dos anos iniciais com base na BNCC e foco na Álgebra.

Para atingir o objetivo traçado, realizamos um estudo aprofundado da proposta da BNCC referente à Álgebra nos anos iniciais e buscamos autores que pudessem contribuir e dialogar com a ideia. Após os estudos e a definição dos objetivos, o curso foi elaborado.

O curso foi dividido em duas etapas, uma presencial e outra remota, por meio de estudos na plataforma *Google Classroom* e encontros por videoconferência. Todos os momentos foram pensados para serem aplicados no cenário atual, porém ressaltamos que o dinamizador pode, e deve, adaptar o material para ser aplicado em outros contextos, se adequando às particularidades dos cursistas e do momento da aplicação.

A etapa presencial apresenta dois encontros. O primeiro cumpre com o objetivo específico de proporcionar aos professores um momento de análise e debate sobre a BNCC e os impactos na educação trazidos pelo documento e por outros fatores externos, como a pandemia. O segundo possibilita estudo e reflexão sobre o ensino da matemática nos anos iniciais e qual o papel da Álgebra nestes primeiros anos, além de iniciar a reflexão sobre as tarefas exploratórias e investigativas através da vivência de uma atividade prática.

No primeiro encontro, os cursistas participam de um momento de reflexão sobre a educação e as mudanças trazidas pela BNCC e pelo contexto atual. Utilizando a parábola dos macacos (Figura 4), o dinamizador estimula os professores a refletirem sobre a quebra de paradigma e as dificuldades que enfrentamos quando precisamos assumir uma prática

diferente daquela com a qual estávamos habituados. Esse momento proporciona, também, uma troca entre os professores sobre como as vivências podem influenciar, de fato, na melhoria na educação. A charge com os animais (Figura 5) estimula a análise das práticas de sala de aula, chamando a atenção para a importância da diversidade, fazendo uma crítica ao ensino tradicional e buscando uma reflexão sobre o papel da escola e do professor. Para ampliar o conhecimento sobre a BNCC, o dinamizador apresenta alguns trechos que julgue importantes para o grupo e fornece algumas sugestões para ampliar os estudos, como alguns *sites* e o aplicativo de celular *BNCC consult*. Além disso, orienta sobre a importância de realizar a leitura integral do documento.

Para o segundo encontro presencial, propõe-se que o dinamizador estimule a reflexão sobre experiências e práticas na sala de aula, oportunizando um momento de troca entre os professores. A atividade proposta para ser desenvolvida presencialmente foi escolhida a partir dos estudos realizados (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTÓVÃO, 2005, p. 12-13) e busca proporcionar aos professores a vivência de atividades de natureza aberta. Consideramos que esta atividade é importante para iniciar a reflexão sobre o pensamento algébrico e as atividades investigativas, que foram trabalhados a fundo nos estudos da plataforma *Google Classroom*.

Na segunda etapa do curso, os cursistas têm acesso à plataforma, onde é possível explorar o que é a Álgebra nos anos iniciais através do desenvolvimento do pensamento algébrico. Neste momento, propõe-se que os professores realizem estudos individuais e reflexões sobre a prática. Cada uma das atividades apresentadas na plataforma foi desenvolvida com base nos estudos realizados e utilizados nesta pesquisa como referenciais teóricos. Tais atividades são direcionadas para as habilidades de Álgebra apontadas na BNCC, permitindo uma reflexão direcionada da aplicação em sala de aula.

Ao realizar os estudos na plataforma, os professores são estimulados a compreender a importância da Álgebra nos anos iniciais, e a maneira com que esta e a aritmética se desenvolvem juntas, proporcionando aos alunos uma aprendizagem pautada na compreensão. Através das propostas de atividades desenvolvidas na plataforma, direcionadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, os cursistas podem visualizar cenários de aplicações de atividades de natureza aberta utilizando diferentes tipos de recursos. Após a interação com o material apresentado, o professor é convidado a desenvolver sua própria atividade, colocando em prática as aprendizagens que o curso proporciona.

Entende-se que os encontros remotos têm grande importância para a realização da troca de ideias e experiências entre os professores sobre os estudos da plataforma, pelo fato de

que estes podem ser reorganizados para melhor atender às particularidades do grupo, como por exemplo, realizando um para cada ano de escolaridade. O importante é que sejam momentos de crescimento através da reflexão e troca entre os professores.

Durante todos os momentos do curso, tanto nos encontros presenciais e remotos, quanto nos estudos da plataforma *Google Classroom*, busca-se destacar a importância das reflexões. Estas reflexões são direcionadas para acontecer tanto entre o grupo, compartilhando experiências, ideias e saberes, quanto através da autorreflexão, nas atividades da plataforma. Todos estes momentos são muito importantes por estimularem o desenvolvimento do professor pesquisador e a prática de reflexão-na-ação e reflexão-sobre-a-ação apontadas por Perez (2004).

Assim, acreditamos que o curso de formação continuada apresentado nesta pesquisa pode proporcionar aos professores participantes um momento de crescimento e desenvolvimento profissional tão importante para o momento atual. A BNCC, o desenvolvimento do pensamento algébrico, as atividades investigativas, a prática da reflexão e toda aprendizagem adquirida podemos refletir na qualidade das aulas proporcionadas pelos cursistas aos seus alunos. Desta forma, acredita-se que a proposta do curso, além de preparar o professor dos anos iniciais para o ensino da Álgebra, representa um significativo recurso para o desenvolvimento de uma postura reflexiva no professor, o que, espera-se que possa impactar a melhoria do nosso ensino.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017

CANAVARRO, Ana Paula. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos**. Quadrante 16(2), p. 81–118. 2009.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico**. 2017a. 148f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências e matemática) - Universidade Federal do ABC/Santo André, São Paulo, 2017a.

FIorentini, Dario; NACARATO, Adair Mendes; PINTO, Renata Anastácio. **Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada**. Quadrante, [S. l.], v. 8, n. 1&2, p. 33-59, 1999.

FIorentini, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Algumas concepções de educação algébrica: fundamentos para repensar o ensino da matemática elementar**. Anais do III Encontro Paulista de Educação Matemática. Bauru: SBEM-SP. p. 29-35. 1993.

FIorentini, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTOVÃO, Eliane Matesco. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 27. ed. São Paulo: Paz e Terra. 2003. (Coleção Leitura)

LINS, Romulo Campos. **O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico**. Revista Dynamis, Blumenau, n.1, abril/junho, p.29-39. 1994a.

LINS, Romulo Campos. **Álgebra e pensamento algébrico na sala de aula**. A Educação Matemática em revista, (2), p. 26–31. 1994d.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997a. (Coleção perspectivas em Educação Matemática)

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

NÓVOA, António. **Formação Continuada - Aula Magna António Nóvoa**, Live realizada pela Secretaria da Educação do Estado da Bahia. 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=7kSPWa5Nico>. Data de acesso: 01/07/2020

PEREZ, Geraldo. **Prática reflexiva do professor de matemática**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 250-263.

PONTE, João Pedro; CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Actas do ProfMat. Lisboa: APM. p. 161-167. 1995

PONTE, João Pedro. **Da formação ao desenvolvimento profissional**. *In* Actas do ProfMat 98 Lisboa: APM. p. 27-44. 1998

PONTE, João Pedro. **Investigar, Ensinar e Aprender**. Actas do ProfMat. Lisboa: APM. p. 25-39. 2003

Apêndice A - Carga horária obrigatória de disciplinas de matemática em cursos de pedagogia de algumas das principais universidades do estado do Rio de Janeiro

Neste Apêndice, observam-se as ementas das disciplinas obrigatórias de matemática em cursos de pedagogia de algumas das principais universidades do estado do Rio de Janeiro. O objetivo de realizar tal observação é conhecer um pouco mais sobre a formação inicial, em nível superior, de professores dos anos iniciais. Nesta apreciação, destacam-se o percentual reduzido de disciplinas específicas da área da matemática, o predomínio de disciplinas com abordagem metodológica e a ausência de apontamento de estudos da Álgebra e do pensamento algébrico. Desta forma, ressalta-se a importância da formação continuada para professores que já atuam no ensino básico.

Universidades observadas: UNIRIO, UERJ, UFRJ, PUC, UFF.

UNIRIO¹² (120h / 3355h) Percentual de carga horária de disciplinas específicas de matemática: 3,58%

MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO I (30h)

Ementa: Tendências atuais da pesquisa em Educação Matemática. Análise dos mitos, das metodologias, dos enfoques e dicotomias do ensino da matemática. Saberes e práticas docentes. Estruturas conceituais, história e a epistemologia da Matemática. Atividades de construção de conceitos associadas a: diferentes contextos, ludicidade e resolução de problemas.

MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO II (90h)

Ementa: Conceitos básicos dos campos de Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma. Tratamento intra, inter e multidisciplinar da matemática escolar. Avaliação e papel do erro nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Análise e avaliação de parâmetros, currículos e programas, materiais didáticos, livros didáticos e paradidáticos em Matemática. Observação e análise de aulas. Produção de atividades e materiais didáticos.

UERJ¹³ (120h / 3960h) Percentual de carga horária de disciplinas específicas de matemática: 3,03%

¹² Fonte: <http://www2.unirio.br/unirio/cchs/educacao/graduacao/pedagogia-presencial/ementario-2/ementario-1>. Acesso em: 18/12/2020

¹³ Fonte: <http://www.ementario.uerj.br/cursos/pedagogia.html>. Acesso em: 18/12/2020

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA CRIANÇAS, JOVENS E ADULTOS I (60h)

Ementa: A alfabetização em matemática e a construção dos conceitos fundamentais desta ciência. As novas linguagens no tratamento do fato matemático. A evolução histórica da Matemática: aplicações atuais na solução de problemas do cotidiano. Modelos matemáticos. O problema em Matemática e as diferentes formas de raciocínio lógico de crianças, jovens e adultos. A matemática nos projetos educacionais: interação do ensino com as propostas curriculares dos sistemas escolares.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA CRIANÇAS, JOVENS E ADULTOS II (60h)

EMENTA: Função social e política do ensino de Matemática. A Educação Matemática hoje. A característica de universalidade do ensino de matemática. Organização curricular em matemática. O uso da linguagem matemática. Concepções dos professores de Matemática. Avaliação e auto-avaliação na prática pedagógica do educador matemático. O papel do livro didático no ensino de Matemática. Projetos pedagógicos e a construção de projetos matemáticos.

UFRJ¹⁴ (60h / 2800h) Percentual de carga horária de disciplinas específicas de matemática: 2,14%

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA (60h)

Ementa: Disciplina escolar Matemática: aspectos históricos e epistemológicos. A constituição dos conhecimentos científicos e escolares em matemática. A educação em matemática como área de pesquisa. Propostas curriculares, materiais didáticos e atividades de ensino para a disciplina escolar Matemática. Planejamento e avaliação da aprendizagem em Matemática.

PUC - RIO¹⁵ (8 créditos / 212 créditos) Percentual de carga horária de disciplinas específicas de matemática: 3,77%

METOD. EDU. MATEMÁTICA I (4 créditos)

Ementa: A matemática no espaço e no tempo: processo histórico e o pensamento filosófico. Resolução de problemas e a construção de conceitos matemáticos. Diferentes dimensões metodológicas: ensino de matemática e educação matemática. A matemática e os Parâmetros Curriculares Nacionais. O uso do Livro Didático. Educação Matemática e Pesquisa.

¹⁴ Fonte: <https://siga.ufrj.br/sira/temas/zire/frameConsultas.jsp?mainPage=/repositorio-curriculo/8B78EE56-92A4-F799-25C3-0F7EAA7A469A.html>. Acesso em: 18/12/2020

¹⁵ Fonte: https://www.puc-rio.br/ensinopesq/ccg/pedagogia.html#periodo_2. Acesso em: 18/12/2020

METOD. EDU. MATEMATICA II (4 créditos)

Ementa: A matemática e os conteúdos específicos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Usos e funções do número. Números naturais e sistema de numeração decimal. Operações com números naturais. Tempo, espaço e forma. Grandezas e medidas. Tratamento da informação.

UFF¹⁶ (90h / 2890h) Percentual de carga horária de disciplinas específicas de matemática: 3,11%

LINGUAGEM MATEMÁTICA I (30h)

Ementa: Análise dos processos matemáticos: representar, relacionar, operar, resolver problemas, investigar e comunicar. A importância da alfabetização matemática na educação infantil. O papel da linguagem matemática no ensino. Reflexão crítica da linguagem matemática presente nos meios de comunicação e nos diferentes contextos socioculturais. O uso de métodos de ensino na construção da linguagem matemática significativa.

MATEMÁTICA: CONTEÚDO E MÉTODO I (60h)

Ementa: Estudo das concepções e tendências no campo da educação matemática. Análise histórica, sociocultural e psicológica do processo ensino-aprendizagem da matemática. Abordagem didática dos conteúdos do ensino de matemática da educação infantil ao ensino fundamental. Representações sociais da matemática e suas relações com o processo de ensino e aprendizagem.

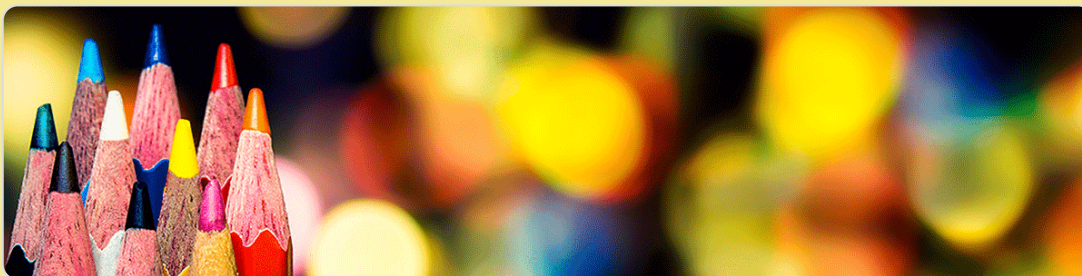
¹⁶ Fonte: <http://www.uff.br/?q=curso/pedagogia/12690/licenciatura/niteroi>. Acesso em: 18/12/2020

Apêndice B – Plataforma Google Classroom



Álgebra nos anos iniciais

O desenvolvimento do
Pensamento Algébrico



Antes de iniciar...

Vamos refletir sobre algumas situações

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Imagine uma aula onde a professora propõe a seguinte atividade:

Com os alunos de pé a professora guia a turma a seguir uma sequência realizando movimentos com o corpo. Quando ela diz mão os alunos batem palma, quando a professora diz pé os alunos batem com um pé no chão.

A professora começa: Mão, pé, mão, pé, ... até que os alunos percebam a sequência e instintivamente continuem sozinhos. A professora então muda a sequência: Pé, pé, mão, pé, pé, mão, ...

Após algumas sequências a professora propõe que um aluno crie uma sequência simples para que a turma siga.



A imagem abaixo ilustra a atividade

Continue a sequência

MÃO PÉ MÃO PÉ ...

PÉ PÉ MÃO PÉ PÉ MÃO...

Agora é a sua vez!
Crie uma sequência e
vamos brincar!



Para você, qual é o objetivo da professora ao realizar esta primeira parte da

atividade? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

Sua resposta

Em seguida, com os alunos em círculo...

A professora propõe que cada aluno faça uma ação de uma determinada sequência escolhida pela turma. Assim, um aluno inicia a sequência e cada um dos próximos alunos realiza a ação da vez. Na sequência (Pé, pé, mão, pé, pé, mão, ...), por exemplo, o primeiro e o segundo aluno batem o pé, o terceiro bate palma, o quarto e o quinto batem o pé, o sexto bate palma... e por aí vai.

Após a turma se adaptar e criar diferentes regras, os alunos escolhem uma sequência e apontam a partir de qual aluno a brincadeira iniciará. Feito isto, a professora propõe: agora que sabemos a sequência e o ponto de partida, vamos tentar adivinhar que gesto faremos antes que a brincadeira comece?

Os alunos apontam: "Acho que baterei palma!", "Acho que vou bater com o pé no chão". A brincadeira inicia e todos se divertem com os acertos e erros.

Na sua opinião, que habilidades os alunos estarão desenvolvendo com essa brincadeira? Qual a importância desse desenvolvimento para a vida escolar da criança? *

Sua resposta

Para finalizar a professora propõe um desafio

Agora, cada aluno escolhe o que vai fazer. Se bate com as mãos ou com o pé. Na sua vez, o aluno reproduzirá o movimento de todos os amigos anteriores e acrescentará um movimento. Veja o exemplo:

João bate com o pé.

Amanda bate pé, imitando João, e depois bate as mãos.

Maria bate com o pé, com as mãos e novamente com as mãos

Breno bate com o pé, e duas vezes com as mãos, imitando os anteriores, e depois bate com o pé.

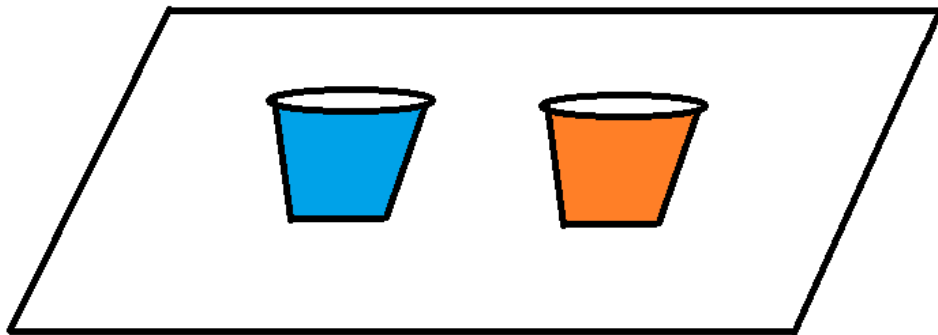
E assim a brincadeira segue em meio a muitas risadas e aprendizagem.

Vamos analisar mais uma atividade

Imagine que em uma turma a professora propõe a seguinte atividade



Dez bolinhas em 2 copos: Como posso organizá-las?



Primeiro momento

Em um primeiro momento a professora apenas entrega o material aos alunos e pede que observem.

Um aluno diz:

- Para ser justo vou dividir igualmente. 5 bolinhas em cada copo.

Outro aluno comenta:

- Coloquei todas as bolinhas no copo laranja.

É importante que os alunos estejam livres para explorar. Sem qualquer direcionamento.

Na sua opinião, qual era o objetivo da professora ao permitir que os alunos explorassem o material durante um tempo, permitindo a interação entre os alunos, antes de direcionar a atividade? *

Sua resposta



Segundo momento

Em um segundo momento, a professora solicita aos alunos que se organizem em pequenos grupos e que disponham as bolinhas nos copos, anotando, como preferirem, a conduta utilizada para fazer a distribuição.

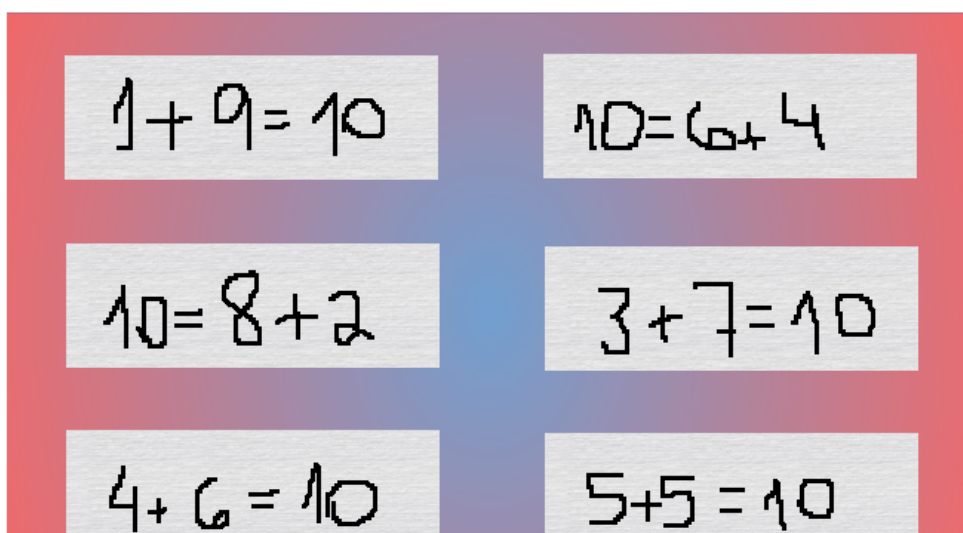
Nesse momento, os alunos trocam ideias sobre a situação e iniciam seus registros. Alguns fazem desenhos, outros escrevem com suas palavras e outros ainda representam por meio de números e símbolos.

Cada um faz o registro à sua maneira. Com o objetivo de que vivenciem a diversidade de modos de raciocínio na execução da tarefa, a professora mostra aos alunos diferentes formas interessantes de registrar, permite que os alunos mostrem aos amigos os seus próprios apontamentos e depois ela ensina à turma outras formas que nenhum grupo utilizou.

Na sequência, a professora solicita que organizem as bolinhas no copo de outras maneiras, sempre anotando suas observações.

Por fim, é solicitado aos alunos que representem o total de bolinhas dos copos, utilizando uma igualdade que indique a adição dos valores de cada copo. Esses registros são feitos em um pedaço de papel que a professora recolhe e apresenta para a turma.

A imagem abaixo ilustra algumas possíveis anotações realizadas pelos alunos. Repare que os alunos anotaram as igualdades de maneiras diferentes.



A professora, então, pede que os alunos observem os registros e que cada grupo faça um comentário para a turma sobre o que observaram

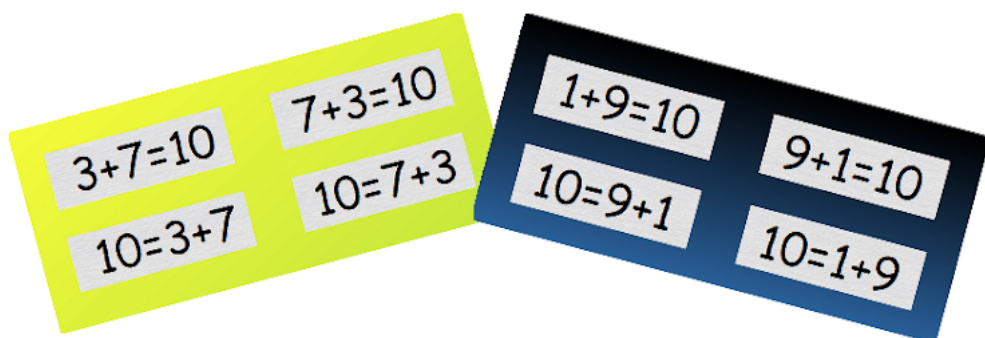
Note que a imagem acima é apenas uma ilustração e possui apenas algumas anotações como exemplo. Não mostra os registros da turma toda como a professora propõe que os alunos analisem.

Surgem, neste momento, os mais variados comentários.

Por que a professora dividiu a turma em grupos? Quais objetivos você acredita que ela tinha em mente ao solicitar que os alunos falassem suas observações para toda a turma? *

Sua resposta

Após análise ela agrupa alguns resultados, como na figura:



Que observações são possíveis de se fazer com essa atividade? Que habilidades estão sendo desenvolvidas nos alunos? *



Sua resposta

...respostas

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



reCAPTCHA
[Privacidade](#)[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários



ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO E.F.

O PENSAMENTO ALGÉBRICO

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

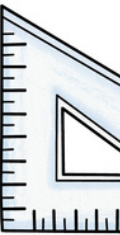
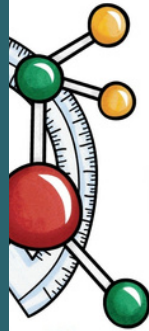
Regularidades e Padrões em Sequências

Noção de equivalência

Relação entre as operações

Variação e Proporcionalidade

Construção de significado



Sejam bem-vindas ao segundo momento deste curso de formação continuada sobre abordagens para o ensino da álgebra a luz das ideias da BNCC.

Este curso é fruto resultante de uma pesquisa de mestrado em Ensino de Matemática e, contou com dois momentos, presencial e a distância, respectivamente.

No primeiro momento, ocorreram palestras sobre o panorama educacional brasileiro via BNCC e, do ensino da matemática. Nessas palestras, rodas de conversas foram concebidas no sentido de buscar entender a real necessidade dos professores quanto a Álgebra. Surgiram reflexões, necessidades e pedidos de professores quanto a formatação do mesmo.

Assim, iniciamos aqui um estudo sobre essa nova unidade temática que, a partir de 2020, deixou de ser enfatizada apenas nos anos finais do Ensino Fundamental, passando a compor um dos pilares de todo o Ensino Fundamental, unindo-se à Geometria, Números, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Mas afinal, o que é Álgebra no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental?

O que o professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa saber sobre álgebra?

Qual é o papel da álgebra para o desenvolvimento de seus alunos?

A aprendizagem da álgebra no Ensino Básico

Há algum tempo, estudos questionam a aprendizagem da álgebra na educação básica. Segundo Canavarro, “A Álgebra escolar têm estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos terem adquirido um estatuto de primazia per si” (CANAVARRO, 2007, p. 88). Segundo Miriam Ferreira “Pesquisas como as de Blanton e Kaput (2005), Canavarro (2007), Carraher et al. (2006), Kieran (2004), Mestre e Oliveira (2011), Russell, Schifter e Bastable (2011), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007), entre outras, sinalizam para uma associação entre Aritmética e Álgebra, da mesma forma que enfatizam que o ensino das bases da Álgebra pode contribuir para uma aprendizagem mais aprofundada da própria Aritmética.”

Questiona-se o início tardio da desenvolvimento da álgebra no ensino básico. Segundo Lins “é preciso começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (Lins 1997a). Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim (1993) acreditam que não existe qualquer argumento de ordem pedagógica que sustente que o transformismo seja o primeiro momento da educação algébrica.

O que podemos concluir é que o ensino da álgebra que temos visto nas escolas baseia-se em regras e procedimentos, que o aluno apreende com a prática, muitas vezes à “base da decoreba”. O que é proposto por muitos estudiosos, e agora pela BNCC, é que iniciasse os estudos da álgebra nos primeiros anos do Ensino Fundamental através do Pensamento Algébrico.

Proponho nesta etapa do curso que possamos entender através de atividades o que é o pensamento algébrico e sua importância para o desenvolvimento do aluno.



ESTRUTURA DO CURSO

Esta etapa online, desenvolvida do Google Classroom, foi organizada nos seguintes tópicos:

- Antes de Iniciar
- Apresentação
- Álgebra nos anos Iniciais do E.F.
- Álgebra no 1º ano do E. F.
- Álgebra no 2º ano do E. F.
- Álgebra no 3º ano do E. F.
- Álgebra no 4º ano do E. F.
- Álgebra no 5º ano do E. F.
- Atividade Final

DICAS

- Tenha sempre em mãos papel e caneta. É muito importante anotar as observações e as ideias que surgirem durante os estudos.
- Siga a sequência do curso como for apresentada
- Compartilhe ideias com outros professores





Significado

Compreensão

ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS: O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Raciocínio

Investigação

NOS ANOS INICIAIS A BNCC PROPÕE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO. É UM MOMENTO DE EXPLORAR FORMAS DE PENSAMENTO E RACIOCÍNIO ACERCA DE SITUAÇÕES MATEMÁTICAS, BUSCANDO FORTALECER A COMPREENSÃO E A CAPACIDADE DE GENERALIZAR E REGISTRAR IDEIAS.

ATRAVÉS DE TAREFAS ADAPTADAS AO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO ESPERAMOS SOBRETUDO QUE OS ALUNOS CONSTRUAM SIGNIFICADOS PARA O FAZER MATEMÁTICO.



BNCC “A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.”(BRASIL, 2017, p. 270)


“... a álgebra não se reduz a um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas. Ela é, também, uma forma específica de pensamento e de leitura do mundo.”

(FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p. 4)



Segundo Kaput, Blanton, & Moreno, (2008)
"....no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos.”(Apud CANAVARRO, 2009, p.88)

IMAGINE UMA AULA ONDE A PROFESSORA COLOCA A SEGUINTE SITUAÇÃO NO QUADRO:


$$\boxed{?} + 100 = 120$$

TEMOS AQUI UM OBJETO NO QUAL É POSSÍVEL PRODUZIR DIFERENTES SIGNIFICADOS.

POR EXEMPLO:

- MARCELO PENSOU EM UMA BALANÇA DE 2 PRATOS, SUBTRAINDO 100 DE CADA UM DOS LADOS. ASSIM, DESCOBRIU QUE O VALOR DESCONHECIDO PRECISA SER 20.
- CAROLINA UTILIZOU A IDEIA DE OPERAÇÕES INVERSAS FAZENDO: $? = 120 - 100$, CONCLUINDO, TAMBÉM, QUE O VALOR DESCONHECIDO É IGUAL A 20.
- VITOR ENTENDEU A SITUAÇÃO COMO UMA SENTENÇA MATEMÁTICA, PENSANDO QUAL VALOR QUE SOMADO COM 100 RESULTA EM 120. ELE TAMBÉM OBTVEU O RESULTADO CORRETO.

TODOS OS RESULTADOS ESTÃO CORRETOS, MAS O OBJETIVO PRINCIPAL DA PROFESSORA NÃO ERA ENCONTRÁ-LO, MAS SIM ANALISAR OS DIFERENTES MODOS DE PRODUZIR SIGNIFICADOS UTILIZADOS PELOS ALUNOS PARA CHEGAR À SOLUÇÃO.

TENDO EM VISTA O RACIOCÍNIO QUE CADA UM UTILIZOU, O QUE ACONTECERIA SE A PROFESSORA COLOCASSE A SEGUINTE SITUAÇÃO:


$$120 - \boxed{?} = 100$$

PERCEBA QUE OS ALUNOS ENFRENTARÃO UMA DIFICULDADE MAIOR OU SIMPLEMENTE NÃO CONSEGUIRÃO CHEGAR AO RESULTADO CORRETO UTILIZANDO OS MESMOS RACIOCÍNIOS.

PERCEBA A IMPORTÂNCIA DE DESENVOLVER DIFERENTES MODOS DE PRODUZIR SIGNIFICADO PARA UMA MESMA SITUAÇÃO. E É ATRAVÉS DE ATIVIDADES VOLTADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO QUE ATINGIREMOS ESTE OBJETIVO.

OBJETOS DE CONHECIMENTO E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO



“...é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade.”(BRASIL, 2017, p. 270)

DURANTE O CURSO ANALISAREMOS IDEIAS DE ATIVIDADES SOBRE TODOS OS OBJETOS DE CONHECIMENTO PROPOSTOS NA BNCC, RELACIONADOS AO CAMPO DA ÁLGEBRA. APRESENTO AQUI, COMO EXEMPLO, UMA ANÁLISE DA IDEIA DE PADRÕES E SEQUÊNCIAS, QUE ESTÁ PRESENTE DO PRIMEIRO AO QUARTO ANOS E SE APRESENTA COMO SEQUÊNCIAS REPETITIVAS OU RECURSIVAS.

SEQUÊNCIAS REPETITIVAS SÃO AQUELAS QUE POSSUEM UM PERÍODO QUE SE REPETE.

SEQUÊNCIAS RECURSIVAS SÃO AQUELAS QUE UTILIZAM OS TERMOS ANTERIORES PARA ENCONTRAR O PRÓXIMO TERMO.

VAMOS RELEMBRAR A PRIMEIRA ATIVIDADE VISTA NO TÓPICO “ANTES DE INICIAR”

ESSA ATIVIDADE INICIA COM SEQUÊNCIAS REPETITIVAS PROPOSTAS PELA PROFESSORA E DEPOIS OS ALUNOS CRIAM SUAS PRÓPRIAS SEQUÊNCIAS. EM UM PRIMEIRO MOMENTO TODOS FAZEM OS MOVIMENTOS JUNTOS E DEPOIS QUE OS ALUNOS ASSIMILAM A IDEIA, A PROFESSORA PROPÕE QUE CADA UM FAÇA UMA AÇÃO. ESSE É UM EXEMPLO DE ATIVIDADE QUE TRABALHA COM SEQUÊNCIAS DE FORMA PRAZEROSA E DINÂMICA



AO PEDIR QUE OS ALUNOS TENTEM ADIVINHAR QUE GESTO DA SEQUÊNCIA ELAS FARÃO, O QUE SE PRETENDE É INICIAR A IDEIA DO TERMO DESCONHECIDO EM SEQUÊNCIAS.

NESTE MOMENTO, OS ALUNOS PRECISAM ANALISAR QUANTOS COLEGAS TÊM ANTES DELES E ORGANIZAR OS PENSAMENTOS PARA IDENTIFICAR QUAL SERÁ O TERMO DA SEQUÊNCIA NA SUA VEZ. DESTA MANEIRA, A PROFESSORA FAZ COM QUE OS ALUNOS PERCEBAM NATURALMENTE, E COM COMPREENSÃO, A IDEIA DE SEQUÊNCIAS E DE TERMO DESCONHECIDO.

UM EXEMPLO SIMPLES DE SEQUÊNCIAS RECURSIVAS É USAR MIÇANGAS PARA COMPOR UMA PULSEIRA:

—•0•00•000•0000•00000•000000•0000000—

É PRECISO ESTAR ATENTO À QUANTIDADE DE BOLINHAS COLOCADAS POR ÚLTIMO, COLOCANDO SEMPRE UMA UNIDADE A MAIS.

“Nessa fase, as habilidades matemáticas que os alunos devem desenvolver não podem ficar restritas à aprendizagem dos algoritmos das chamadas “quatro operações”, apesar de sua importância.” (BRASIL, 2017, p.276)



“... a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações.” (BRASIL, 2017, p.276)

PERCEBA QUE A TODO MOMENTO SÃO MENCIONADAS AS PALAVRAS DESENVOLVER, COMPREENSÃO, SIGNIFICADO... ESSAS PALAVRAS GANHAM FORÇA E DESTAQUE QUANDO SE TRATA DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS. AO TRABALHAR COM OS OUTROS EIXOS DA MATEMÁTICA, BUSCANDO SIGNIFICADOS E COMPREENSÃO, TAMBÉM É POSSÍVEL DESENVOLVER O PENSAMENTO ALGÉBRICO.



“Segundo o educador matemático Ken Milton (1989) “aquilo que ensinamos em aritmética e a forma como a ensinamos têm fortes implicações para o desenvolvimento do pensamento algébrico”. ” (FIORENTINI, FERNANDES E CRISTÓVÃO, 2005, p.5)

O USO DE ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS E INVESTIGATIVAS NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO



**Segundo Kaput (1999, p. 3) “O nosso desafio é encontrar formas de tornar o poder da Álgebra (na verdade, de toda a Matemática) acessível a todos os alunos, encontrar formas de ensino que criem ambientes de sala de aula que permitam aos alunos aprender com compreensão.”
(Apud CANAVARRO, 2009, p.96)**

Segunda Competência Geral da BNCC:

“Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.” (BRASIL, 2017, p. 9)



Segunda Competência específica de matemática para o ensino fundamental:

“Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.”(BRASIL, 2017, p.267)

Oitava Competência específica de matemática para o ensino fundamental:

“Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.” (BRASIL, 2017 , p.267)

**ESTAS CITAÇÕES FORAM DESTACADAS PARA CHAMAR A ATENÇÃO
PARA ATIVIDADES QUE POSSUEM FORTE IMPACTO NO DESENVOLVIMENTO
DO PENSAMENTO ALGÉBRICO, COMO EM TODA MATEMÁTICA:
A EXPLORAÇÃO E A INVESTIGAÇÃO**

**JOÃO PEDRO DA PONTE DISTINGUE 4 TIPOS DE TAREFAS
CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA.**

- O EXERCÍCIO, QUE POSSUI ESTRUTURA FECHADA E BAIXO GRAU DE DIFICULDADE;**
- OS PROBLEMAS, TAMBÉM COM ESTRUTURAS FECHADAS, PORÉM COM UM GRAU DE DIFICULDADE MAIOR DO QUE OS EXERCÍCIOS;**
- AS TAREFAS COM ESTRUTURAS ABERTAS: A EXPLORAÇÃO E A INVESTIGAÇÃO.**

A DIFERENÇA ENTRE AS TAREFAS DE EXPLORAÇÃO E INVESTIGAÇÃO ESTÁ NO GRAU DE DIFICULDADE, SENDO AS DE EXPLORAÇÃO MAIS FÁCEIS. PORÉM, MUITAS VEZES O QUE É FÁCIL PARA UM ALUNO É DIFÍCIL PARA OUTRO E VICE-VERSA. ASSIM, PONTE AFIRMA QUE MUITAS VEZES NÃO FAZEMOS DISTINÇÃO ENTRE AS DUAS, CHAMANDO QUALQUER UMA APENAS DE INVESTIGAÇÃO.

“A realização de actividades de investigação na aula de matemática são importantes porque elas:

(a) constituem uma parte essencial da experiência matemática e, por isso, permitem uma visão mais completa desta ciência;

(b) estimulam o envolvimento dos alunos, necessário a uma aprendizagem significativa;

(c) podem ser trabalhadas por alunos de ciclos diferentes, a níveis de desenvolvimento também diferentes;

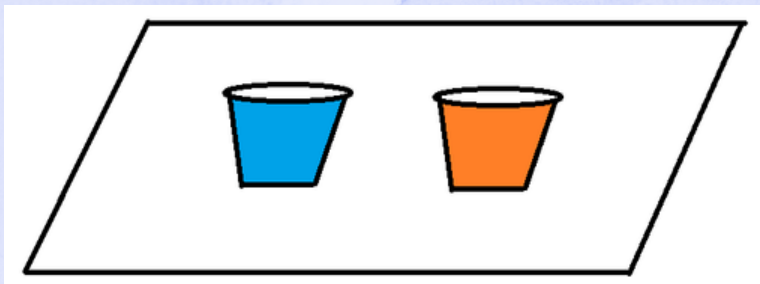
(d) potenciam um modo de pensamento holístico (ao relacionarem muitos tópicos), essencial ao raciocínio matemático.”

(PONTE, 1995, p.1)



**VAMOS RELEMBRAR A ATIVIDADE "DEZ BOLINHAS EM DOIS COPOS"
VISTA NO TÓPICO: "ANTES DE INICIAR"**

ESTE É UM EXEMPLO DE ATIVIDADE DE INVESTIGAÇÃO, ONDE A TURMA REALIZA EXPERIMENTAÇÕES. O ALUNO OBSERVA, REGISTRA IDEIAS, TESTA, ANALISA, TESTA DE NOVO, REGISTRA SUAS OBSERVAÇÕES, COMPARTILHA SUAS IDEIAS COM A TURMA... ELE FAZ SUAS DESCOBERTAS NA PRÁTICA E NÃO COM O PROFESSOR FORNECENDO O CONHECIMENTO PRONTO E ENCESSADO.



VOCÊ SE LEMBRA QUE NO PRIMEIRO MOMENTO A PROFESORA APENAS ENTREGOU O MATERIAL SEM NENHUM DIRECIONAMENTO?

NESSO PRIMEIRO MOMENTO A CRIANÇA ANALISA O COPO E AS BOLINHAS, FAZENDO EXPERIMENTAÇÕES DE FORMA LIVRE OU OBSERVA OUTRAS CRIANÇAS EXPERIMENTANDO IDEIAS. A TROCA DURANTE AS ATIVIDADES É MUITO IMPORTANTE PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO.

DURANTE AS PRIMEIRAS ATIVIDADES INVESTIGATIVAS AS CRIANÇAS PODEM SE SENTIR TÍMIDAS OU PREOCUPADAS, ESPERANDO O DIRECIONAMENTO DO PROFESSOR. MAS COM O TEMPO FICARÃO MAIS À VONTADE PARA EXPLORAR.

NESSOS MOMENTOS SEM DIRECIONAMENTO PODEM SURGIR IDEIAS, COMENTÁRIOS E DESDOBRAMENTOS NÃO PREVISTOS PELO PROFESSOR, ENRIQUECENDO AINDA MAIS A ATIVIDADE.

VAMOS LEMBRAR QUE A INVESTIGAÇÃO É UMA TAREFA CLASSIFICADA COMO DE ESTRUTURA ABERTA. ENTÃO É IMPORTANTE DEIXAR QUE AS CRIANÇAS UTILIZEM A CURIOSIDADE E A IMAGINAÇÃO A SERVIÇO DA APRENDIZAGEM DE TODA A TURMA.

EM SEGUIDA A PROFESSORA PEDE QUE OS ALUNOS SE JUNTEM EM PEQUENOS GRUPOS E ORGANIZEM AS BOLINHAS NOS COPOS, REGISTRANDO LIVREMENTE UTILIZANDO PALAVRAS, DESENHOS, SÍMBOLOS, NÚMEROS... ELA MOSTRA PARA A TURMA OS DIFERENTES REGISTROS UTILIZADOS E APROVEITA PARA APRESENTAR ALGUNS POSSÍVEIS REGISTROS MAIS CONVENCIONAIS.

“A investigação sobre pensamento algébrico tem valorizado formas de representação que vão muito para além das representações algébricas simbólicas.” (CANAVARRO, 2009, p.96)

“A possibilidade de utilização de diversas formas de representação amplia as hipóteses de os alunos mais jovens conseguirem organizar o seu pensamento, para além de facilitar a sua comunicação, nomeadamente ao considerarem-se as representações não convencionais.” (CANAVARRO, 2009, p.96)



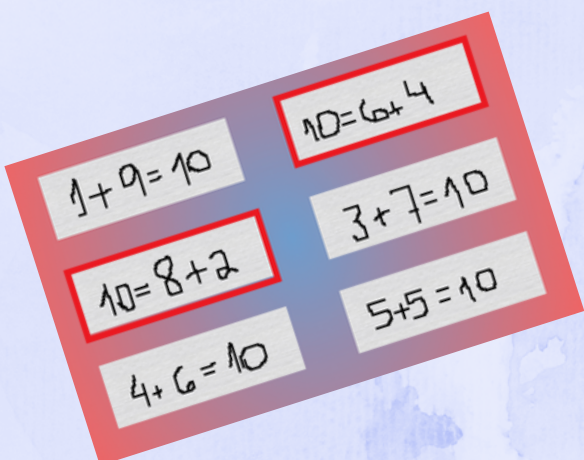
Segundo Kaput (2008) “Mas se os alunos devem ser encorajados a observar regularidades e a estabelecer generalizações usando os seus próprios recursos, devem igualmente ser incentivados e ensinados a usar formas de representação convencionais (notação algébrica, gráficos, tabelas, linguagem natural), pois estas permitem não só exprimir, mas também enriquecer e aprofundar, os seus raciocínios algébricos.” (CANAVARRO, 2009, p.96)

PODEMOS VER QUE É IMPORTANTE PERMITIR QUE O ALUNO REGISTRE À SUA MANEIRA, MAS SEM DEIXAR DE INCENTIVÁ-LO A UM REGISTRO CONVENCIONAL. SOBRE O USO DE LETRAS PARA REPRESENTAR VALORES DESCONHECIDOS, A BNCC PROPÕE SUA UTILIZAÇÃO APENAS NOS ANOS FINAIS.



“[...] nessa fase [dos anos iniciais], não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam.” (BRASIL, 2017, p. 270)

AO ORGANIZAR OS ALUNOS EM PEQUENOS GRUPOS, A PROFESSORA FAZ COM QUE OS ALUNOS PRECISEM ORGANIZAR SUAS IDEIAS SOBRE SUAS OBSERVAÇÕES PARA TRANSMITIR-LAS AOS SEUS AMIGOS. ALÉM DISSO, É MUITO INTERESSANTE QUE OS ALUNOS TROQUEM SUAS DESCOBERTAS COM OS COLEGAS, INCREMENTANDO MAIS AINDA A APRENDIZAGEM.



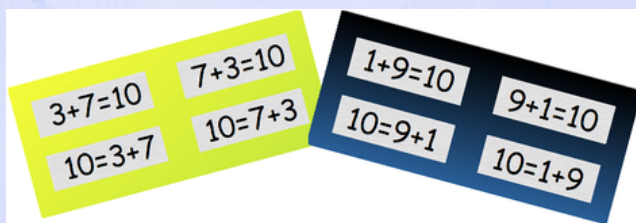
EM SEGUIDA, A PROFESSORA SOLICITA QUE OS ALUNOS REPRESENTEM SUAS OBSERVAÇÕES EM UM PAPEL UTILIZANDO UMA IGUALDADE. REPREARE QUE ELA NÃO FIXA UM MODO DE REGISTRAR ESSA REPRESENTAÇÃO. VEJA QUE ALGUNS ALUNOS COLOCARAM A SOMA ANTES DO SINAL DE IGUAL E OUTROS, DEPOIS. PODEM HAVER ALUNOS UTILIZANDO DESENHOS OU OUTROS RECURSOS PARA SUAS REPRESENTAÇÕES. É IMPORTANTE ACEITAR AS DIFERENTES FORMAS DE REGISTRO.

VOLTAMOS A LEMBRAR QUE ESTA É UMA ATIVIDADE DE ESTRUTURA ABERTA. EM CADA TURMA QUE É APLICADA OS ALUNOS REALIZAM OBSERVAÇÕES DIFERENTES. A PROFESSORA CONDUZ A ATIVIDADE AUXILIANDO AS DESCOBERTAS COM ALGUMAS PERGUNTAS, QUANDO AS OBSERVAÇÕES NÃO SURTIREM.

SERÁ QUE $1 + 9 = 10$ É DIFERENTE DE $9 + 1 = 10$?

E $10 = 9 + 1$, DIFERE DESTAS?

QUAIS OUTRAS OBSERVAÇÕES VOCÊS PODEM REALIZAR SOBRE ISSO?



“Se se pretende que os alunos desenvolvam plenamente as suas competências matemáticas e assumam uma visão alargada da natureza desta ciência, então as tarefas de exploração e investigação têm de ter um papel importante na sala de aula.” (PONTE, 2003, P. 12)



**JOÃO PEDRO
DA PONTE**

PARA FINALIZAR, PROponHO UMA REFLEXÃO
SOBRE O PAPEL DO PROFESSOR



“A aposta por parte do professor no pensamento algébrico implica, talvez sobretudo, uma aposta no raciocínio dos alunos e um acreditar na possibilidade destes construírem conhecimento matemático – actividade na qual o professor precisa também de se envolver. A necessidade do desenvolvimento de “hábitos da mente” não pode incidir apenas nos alunos – eles devem necessariamente instalar-se e transbordar dos professores.” (CANAVARRO, 2009, p. 113)

“E, finalmente, existem muitas acepções do que é ensinar e do que é ser professor. Para muitos, será sobretudo o “debitar” da matéria, em frente do quadro ou, de modo mais sofisticado, com retroprojector ou Powerpoint. Nesta perspectiva, ensinar e aprender são independentes – o professor pode ensinar sem que os alunos aprendam. Mas também se pode assumir a perspectiva oposta – se os alunos não aprenderam, é porque o professor não ensinou. Falou, gesticulou, escreveu no quadro, esforçou-se, mas falhou. Se partirmos do princípio que o professor existe para que os alunos aprendam e se estes não aprenderam, então ele não ensinou. Nesta perspectiva, ensinar é algo bastante mais complexo do que apenas transmitir conhecimentos e a função fundamental do professor, por onde é preciso avaliar os resultados do seu trabalho, é a promoção da aprendizagem dos seus alunos.”

(PONTE, 2003, P.3)





1º ano

No primeiro ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento, com suas respectivas habilidades, que envolvem a ideia de sequência.

O primeiro objeto de conhecimento busca desenvolver na criança uma percepção sobre a ideia de sequenciar, organizar e ordenar objetos familiares, realizando investigações sobre as regularidades e padrões presentes nestas estruturas.

O segundo objeto propõe o reconhecimento e a análise de padrões em sequências recursivas, assim como a identificação de elementos ausentes nestas sequências.

Através de algumas atividades, vamos refletir sobre como essas habilidades podem ser desenvolvidas.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Primeiro objeto de conhecimento: Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências

Habilidade correspondente:

(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medidas.



Quem nunca brincou com demarcações no chão criadas por meio de pisos e pinturas?

E a famosa brincadeira "Escravos de Jó", quem não conhece?

Algumas brincadeiras, por mais simples que sejam, podem auxiliar no desenvolvimento da percepção de padrões e sequências. Por meio de atividades dinâmicas que envolvam a investigação e a prática de estruturas repetitivas ou recursivas os alunos desta faixa etária conseguirão atingir o desenvolvimento dessa primeira habilidade proposta pela BNCC.

Abaixo temos uma atividade envolvendo sequências repetitivas:

Essa atividade foi direcionada para o aluno brincar em casa, mas pode ser dinamizada em sala de aula também.

O aluno que não tiver piso no qual possa desenvolver a atividade em casa pode utilizar a imaginação, fazendo as sequências com passos, ou até inovar, adaptando sequências ao estilo de chão que tem em casa.

Inicialmente, o aluno deve se localizar em um ponto de partida, de onde dará início à sequência. A professora explica uma sequência aos alunos que reproduzem o trajeto. É sempre interessante deixar que as crianças criem possíveis variações nas regras da brincadeira, como fazer a sequência de olhos fechados ou de costas. Lembre-se de orientar a criança para que tenha sempre a supervisão de um adulto. Para que não haja confusão na hora de seguir as coordenadas é importante orientar os alunos a se manterem olhando sempre na mesma direção, sem virar o corpo.



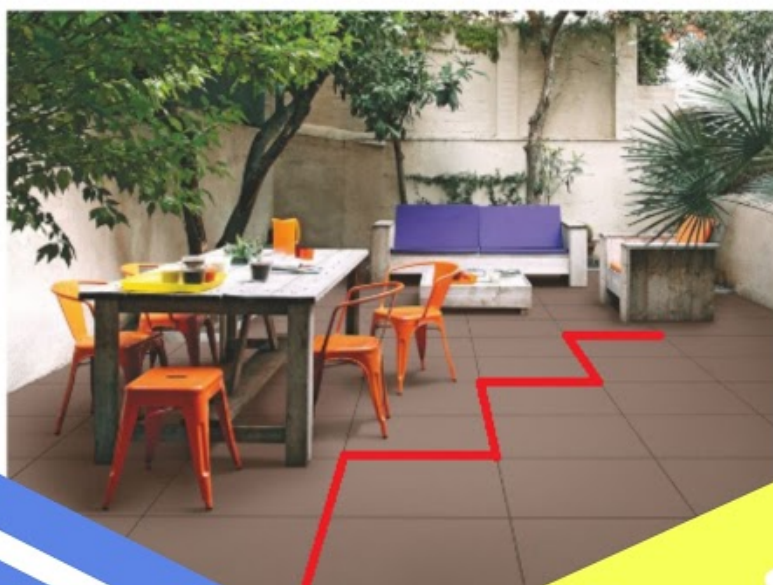
Veja uma ilustração dos primeiros momentos da atividade:



Vamos brincar de seguir sequências?

SEGUINDO SEQUÊNCIAS EM CASA

No piso da sua casa siga a sequência: Dois para frente, um para direita, dois para frente, um para a direita, dois para frente, um para a direita, dois para frente... Você consegue continuar sozinho?



Como você orientaria os alunos neste primeiro momento? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos neste primeiro momento? E quais as possíveis ideias eles teriam? *

Sua resposta



Após a turma compreender a brincadeira e executar a primeira sequência estimule-os a tentar outras possibilidades, como exemplifica a imagem abaixo:



Continuando a brincadeira

VAMOS EXPERIMENTAR OUTRAS SEQUÊNCIAS?

EU COMEÇO E VOCÊ CONTINUA.
VAMOS BRINCAR?

ESQUERDA
FRENTE
ESQUERDA
FRENTE
ESQUERDA
FRENTE
ESQUERDA
FRENTE
ESQUERDA

ESQUERDA
FRENTE
FRENTE
DIREITA
ESQUERDA
FRENTE
FRENTE
DIREITA
ESQUERDA

ESQUERDA
FRENTE
DIREITA
FRENTE
ESQUERDA
FRENTE
DIREITA
FRENTE
ESQUERDA

FRENTE
DIREITA
ESQUERDA
DIREITA
FRENTE
DIREITA
ESQUERDA
DIREITA
FRENTE
DIREITA



Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos ao realizar esta atividade? O que você faria para auxiliá-los? O que você acrescentaria ou mudaria para tornar a atividade mais proveitosa e atraente para os alunos? *

Sua resposta

Para enriquecer a atividade, deixe a imaginação e a vivência dos alunos conduzirem para novas possibilidades.

É importante que esta seja um atividade que leve as crianças a refletir sobre sequências em seu dia-a-dia. E para dar continuidade e fazer com que a atividade ganhe um significado maior vamos aproveitar para fazê-los refletir sobre as sequências que encontramos no dia-a-dia?

Onde podemos, em nosso cotidiano, identificar mais sequências? Ao subir uma escada podemos seguir um degrau de cada vez ou podemos subir de dois em dois... Podemos trabalhar com o calendário verificando a sequência com os dias da semana ou com os meses do ano.

São muitas as sequências presentes em nosso cotidiano. Atraia a atenção dos alunos para esse olhar investigativo.

Proponho, a seguir, mais uma atividade sobre sequências repetitivas.

Esta atividade pode ser aplicada ao trabalhar com figuras geométricas. Lembre-se que a álgebra não é um conteúdo solto em meio ao currículo, estando presente em outros campos da matemática.

A proposta é que o aluno, com auxílio de um adulto, confeccione figuras geométricas (sugiro o círculo, o quadrado e o triângulo) em emborrachado, papelão, cartolina ou em outro material que seja mais acessível. Com objetos concretos a atividade ficará atraente e a aprendizagem ocorrerá de maneira mais significativa. As formas geométricas podem ser pequenas, possibilitando o manuseio em cima da mesa, sendo possível inclusive a colagem no caderno ou grandes, para que o aluno organize no chão, podendo formar um caminho com as figuras.

Com as formas geométricas prontas a professora vai propor uma sequência e o aluno deverá organizá-la e dar continuidade com as próximas figuras.

Uma boa ideia é incrementar a atividade contando uma historinha sobre as figuras citadas, deixando a brincadeira ainda mais interessante.

Abaixo a ilustração da atividade

PADRÕES E SEQUÊNCIAS

DE QUEM É A VEZ?

BETO, O CÍRCULO

CAIO, O TRIÂNGULO

DUDA, O QUADRADO

▲	●	■	▲	●	■	?
●	▲	▲	●	▲	▲	?
■	■	●	■	■	●	?



De que maneiras você aplicaria a atividade acima para uma turma de primeiro ano de forma a deixá-la mais produtiva e dinâmica? Como você daria continuidade a esta aula? *

Sua resposta

Que outras atividades você utilizaria para desenvolver esta habilidade com alunos do primeiro ano? *

Sua resposta

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



reCAPTCHA
[Privacidade](#)[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





1º ano - Parte 2

No primeiro ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento, com suas respectivas habilidades, que envolvem a ideia de sequência.

O primeiro objeto de conhecimento busca desenvolver na criança uma percepção sobre a ideia de sequenciar, organizar e ordenar objetos familiares, realizando investigações sobre as regularidades e padrões presentes nestas estruturas.

O segundo objeto propõe o reconhecimento e a análise de padrões em sequências recursivas, assim como a identificação de elementos ausentes nestas sequências.

Através de algumas atividades, vamos refletir sobre como essas habilidades podem ser desenvolvidas.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Segundo objeto de conhecimento: Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)

Habilidade correspondente:

(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequência recursiva de números naturais,



objetos ou figuras.

Agora é a hora de descobrir elementos ausentes e visualizar sequências numéricas.

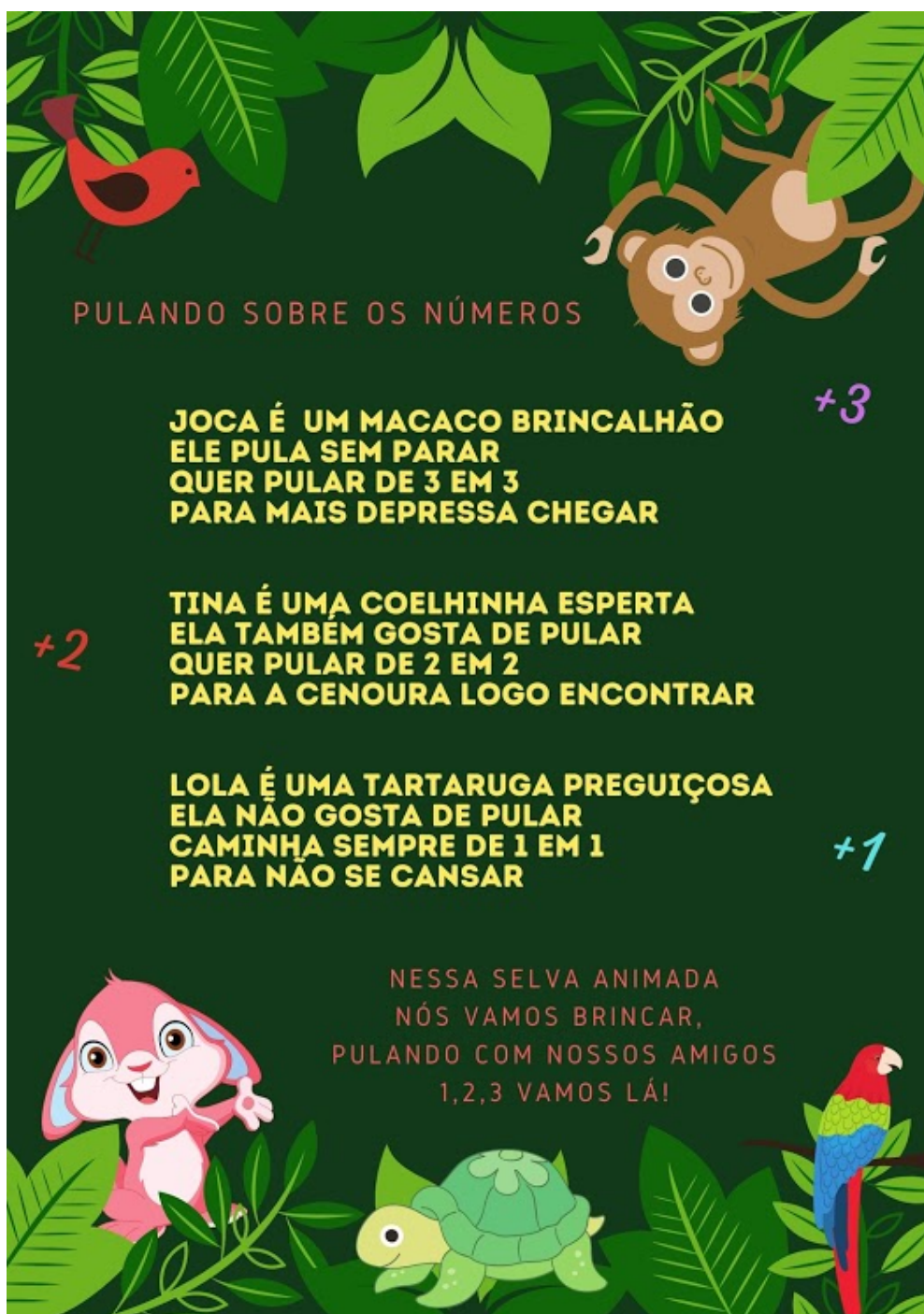
Nesta primeira atividade os alunos poderão analisar durante uma brincadeira sequências de 1 em 1, de 2 em 2 e de 3 em 3. As crianças poderão criar novos animais que se desloquem de 4 em 4, de 5 em 5, de 10 em 10...

A professora lê o poema para os alunos e, para ficar ainda mais interessante, pode-se elaborar uma historinha sobre os animais. Em seguida a professora convida os alunos a imitarem os animais, realizando os movimentos com o corpo e falando em voz alta os números que estão pulando. E assim, a brincadeira deve levar os alunos a sentirem a diferença entre pulos menores (de 1 em 1, por exemplo) e outros maiores.

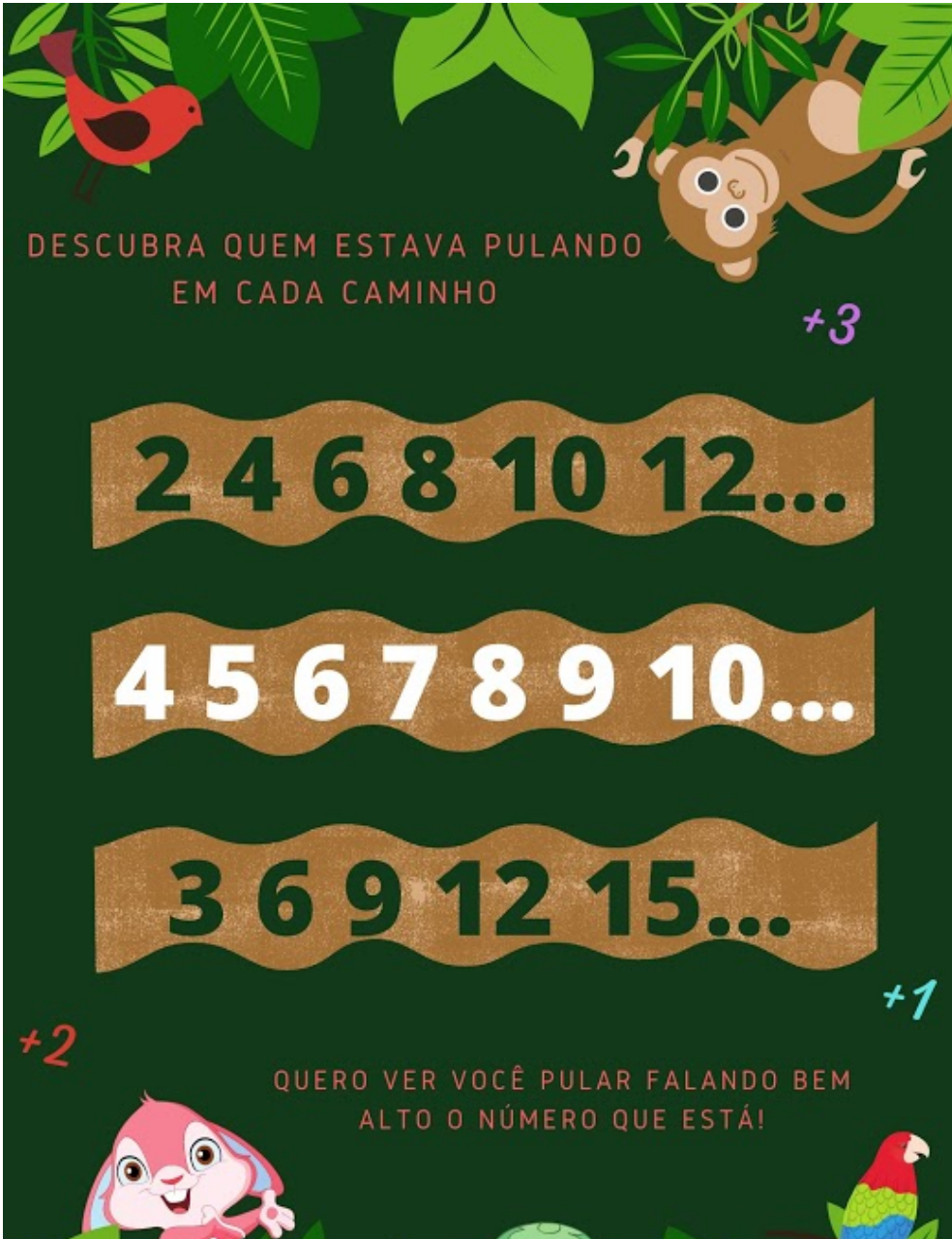
Se possível, coloque os números no chão para que eles sintam com mais precisão essas diferentes distâncias a pular. Depois deixem um ou outro número faltando para que descubram.



A imagem abaixo mostra o poema que inicia a atividade.



Após os alunos imitarem livremente os animais, a professora propõe algumas seqüências para que os alunos identifiquem a que animal ela pertence, ou seja, se a seqüência cresce de 1 em 1, de 2 em 2 ou de 3 em 3. A imagem exemplifica seqüências simples, mas é possível inserir seqüências com números maiores.



DESCUBRA QUEM ESTAVA PULANDO
EM CADA CAMINHO

2 4 6 8 10 12...

4 5 6 7 8 9 10...

3 6 9 12 15...

+3

+2

+1

QUERO VER VOCÊ PULAR FALANDO BEM
ALTO O NÚMERO QUE ESTÁ!



Depois de os alunos já estiverem craques nas sequências, a professora propõe que as crianças identifiquem elementos faltantes como na imagem abaixo:


LOLA, TINA E JOCA ESTÃO PASSEANDO. VAMOS DESCOBRIR EM QUAIS NÚMEROS ELES ESTÃO? +3

1 2 3 4 5  **7 8...**

12 14  **18 20...**

5 8  **14 17 20...** +1

+2   



Que possíveis dificuldades os alunos teriam e como você incrementaria esta atividade? *

Sua resposta

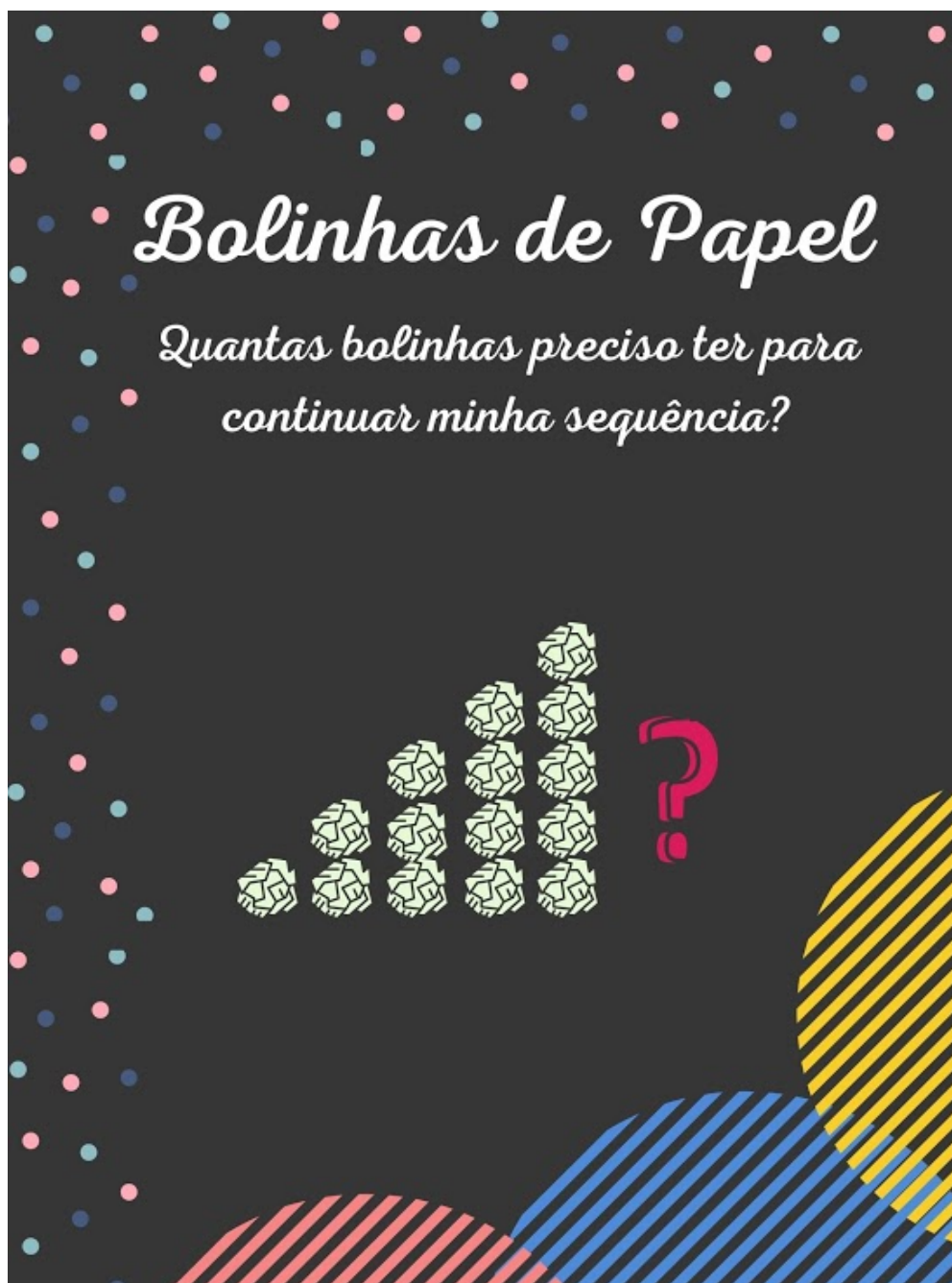
Para finalizar as atividades direcionadas ao 1º ano do Ensino Fundamental, vamos analisar esta última atividade.

Para iniciar, a professora propõe que os alunos façam pequenas bolinhas de papel e diz para irem "organizando" as bolinhas enquanto estão produzindo-as. É importante não fornecer nenhum direcionamento neste primeiro momento para não influenciar o raciocínio dos alunos.

O que será que cada aluno entende por organizar bolinhas? Quais possíveis soluções os alunos apresentarão?



Após a confecção das bolinhas, a professora solicita que os alunos organizem-as como na imagem abaixo, seguindo a construção da sequência da esquerda para a direita, realizando uma análise da sequência junto com os alunos.





Após os alunos conseguirem finalizar a sequência, a professora elimina uma coluna e o aluno descobre quantas bolinhas foram retiradas.

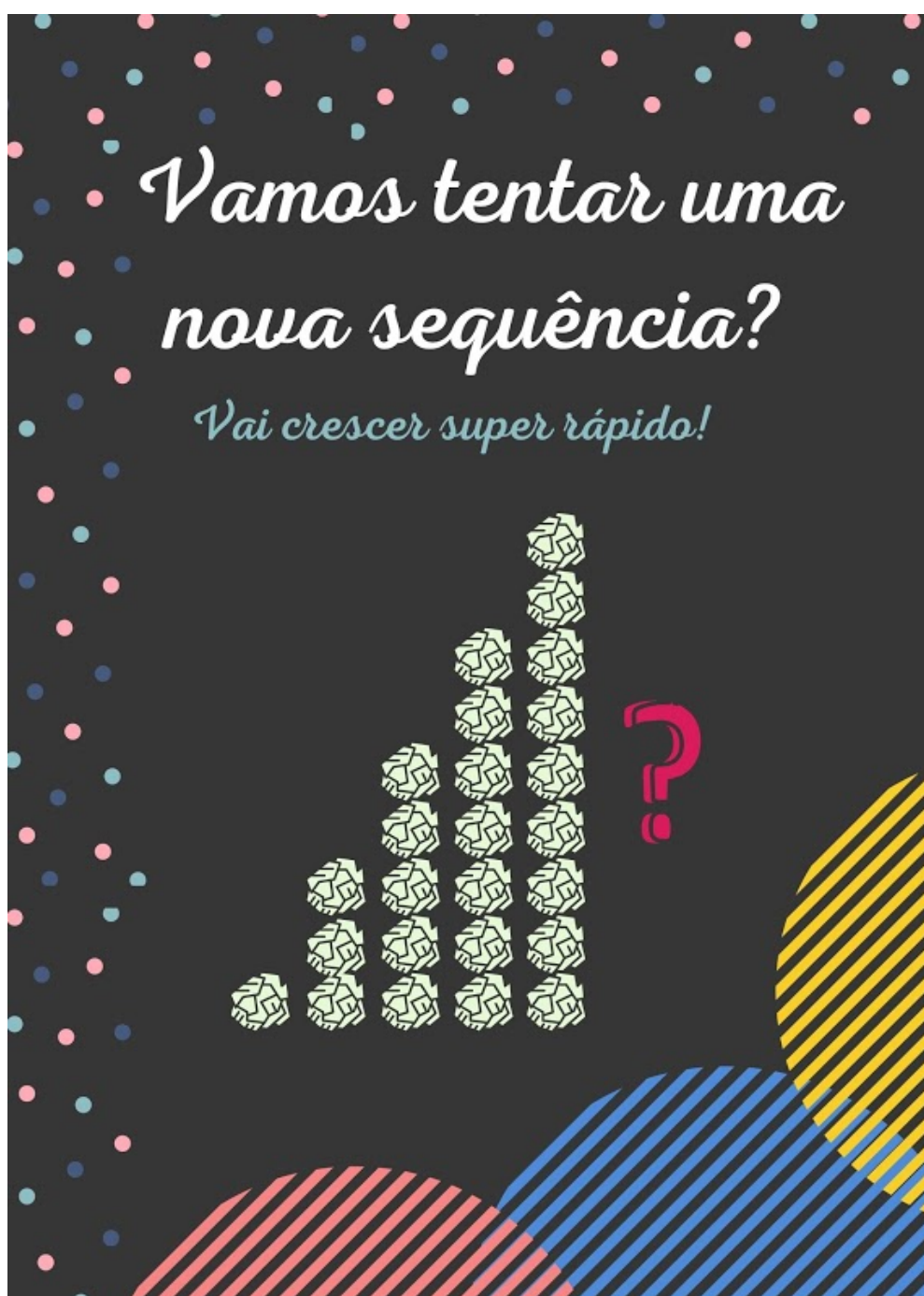
*Sumiram algumas
bolinhas*


E agora? Quantas sumiram?

Column	Number of Balls
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9



A professora, então, propõe outras sequências para que os alunos reproduzam e permite que os alunos também criem novas sequências.





Que possíveis dificuldades os alunos podem apresentar nesta atividade? Como você aprimoraria esta atividade? *

Sua resposta

Quais atividades que envolvam pensamento algébrico, diferentes das apresentadas acima, você aplicaria em uma turma de primeiro ano? *

Sua resposta

As sequências podem ser contextualizadas com diversos conteúdos no primeiro ano. Ao estudar, por exemplo, número ordinais, estamos utilizando sequências. Ao analisar algumas situações envolvendo medidas de comprimento, capacidade ou massas, podemos encontrar muitas sequências diferentes.

Imagine um experimento onde utilizamos copos de 200ml para completar 1 litro. Podemos seguir a sequência para conseguir descobrir a quantidade de copos usados e assim perceber quantos seriam necessários para completar 2 litros ou até encher um balde, uma banheira ou até uma piscina pequena. É interessante analisar e comparar situações que possuem, ou não, sequências bem definidas. Experimentar! Será que crescemos ou aumentamos nosso peso na mesma quantidade por ano? Nossa rotina se repete igualzinha todos os dias? O que fazemos todos os dias? O que fazemos em alguns dias e em outros não? Escovar os dentes, tomar banhos são hábitos repetitivos, ir à escola, por exemplo, não.

Ao lidar com dinheiro podemos pensar em inúmeras situações com oportunidade para trabalhar a ideia de sequência, como guardar todos os dias um dinheirinho no cofrinho ou receber toda semana uma mesada.

Trabalhar com sequências pode auxiliar muito a prática e o entendimento das operações de adição e subtração nesta fase. Lembre-se que as sequências podem ser crescentes (relacionando à ideia de adição), decrescentes (relacionando à ideia de subtração) ou repetitiva.



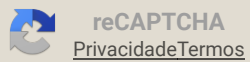
Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





2° ano

No segundo ano do Ensino Fundamental a BNCC propõe dois objetos de conhecimento que envolvem a ideia de sequência.

O primeiro objeto, com sua respectiva habilidade, busca desenvolver na criança a capacidade de criar suas próprias sequências utilizando números naturais.

O segundo objeto de conhecimento possui duas habilidades correspondentes que envolvem a análise e descrição de sequências assim como a identificação de elementos ausentes.

Convido você a analisar algumas atividades referentes aos objetos dessa etapa de escolaridade junto comigo!

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Primeiro objeto de conhecimento: Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas

Habilidade correspondente:

(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.



Está aumentando ou diminuindo? De quanto em quanto?

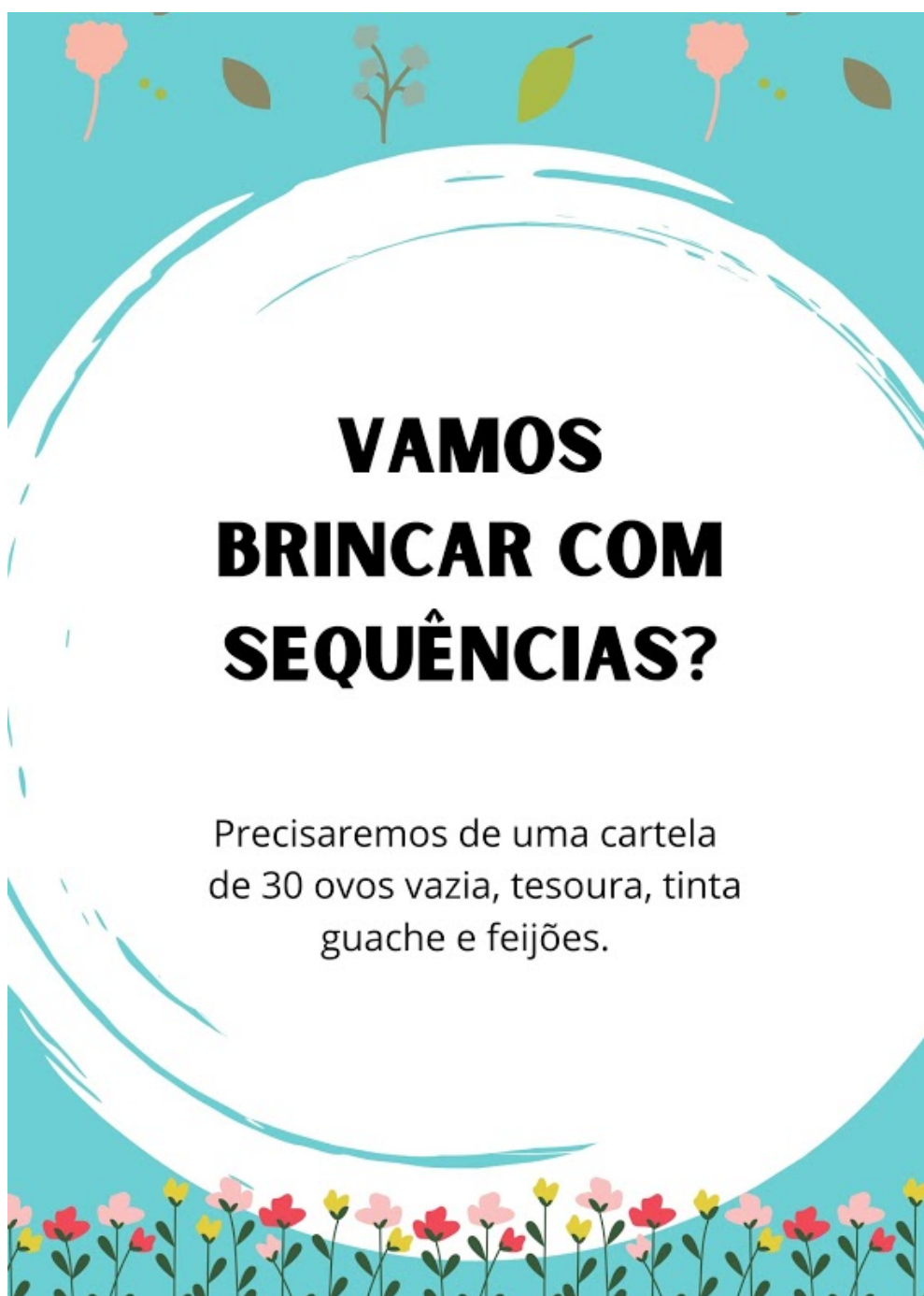
Por mais simples que sejam algumas sequências é importante que o professor crie um espaço onde os alunos investiguem, experimentem, analisem e utilizem a imaginação para, assim, compreender os números e a maneira como se relacionam no dia-a-dia.

Ao estudar as operações de adição e subtração, por exemplo, o aluno que já identifica com facilidade a ideia de aumentar/diminuir, provavelmente terá maior facilidade em perceber a diferença entre essas operações e, assim, utilizar a mais indicada para cada situação. Se estamos em uma rua tentando encontrar um endereço também podemos perceber a importância da percepção de ordem crescente e decrescente, assim como o quanto está aumentando ou diminuindo. Por exemplo, podemos saber se a casa está para um sentido da rua ou para o outro e ter uma ideia do quão distante ela está de nós.

Ao utilizar atividades dinâmicas, tarefas de exploração e investigação, que envolva o aluno, fazendo com que o significado de diferença entre quantidades, por exemplo, seja construído na prática, o professor estará desenvolvendo no aluno o pensamento algébrico que propõe a BNCC. A álgebra anos iniciais busca aprimorar a construção de significado, fazendo com que a aprendizagem aconteça de forma mais efetiva.



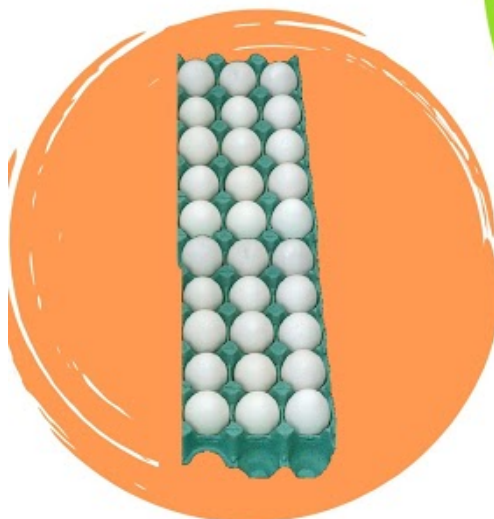
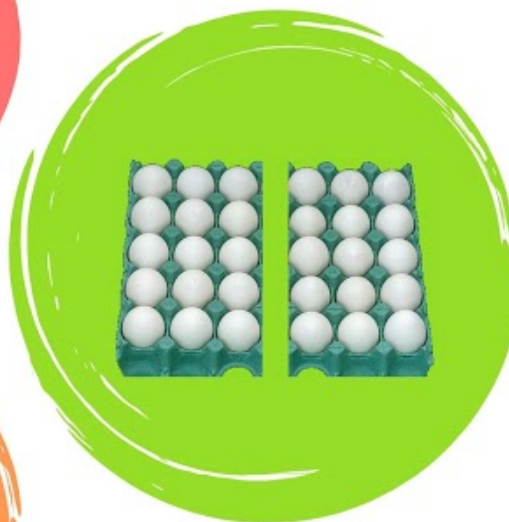
Inicialmente a professora solicita os materiais que serão utilizados na atividade. Estes materiais estão descritos na imagem abaixo.



É importante orientar o aluno para que ele corte, com auxílio de um adulto, de forma correta a cartela. Para a atividade ficar mais interessante, os alunos podem pintar a cartela como aparece na imagem mais adiante, utilizando uma cor diferente a cada 3 buracos.



PRIMEIRO CORTE A CARTELA AO MEIO DE FORMA QUE ELA FIQUE COM 3 FILEIRAS PARA CADA LADO COMO MOSTRA A FIGURA.



DEPOIS POSICIONE UMA EM CIMA DA OUTRA. PINTE COM GUACHE PARA QUE FIQUE BEM BONITO!





Chegou a hora da atividade

Em um primeiro momento, os alunos podem explorar livremente a colocação dos feijões, organizando-os como quiserem. Os alunos devem interagir entre si, comentando suas organizações.

Após este momento de exploração, a professora explica como os feijões devem ser organizados na cartela (imagem abaixo) e, após eles tentarem sozinhos, auxilia no término do preenchimento. Essa ajuda deve ser sutil e reflexiva. É importante analisar com o aluno cada possível erro na organização das sequências, fazendo com que ele entenda o equívoco. Esse momento é para ser realizado com calma, deixando que o aluno reflita sobre essa construção. O interessante desta atividade é explorar, analisar e investigar o que está acontecendo. Realizar a atividade de forma mecânica faz com que ela perca seu sentido.

Depois a professora permite um tempo para que os alunos observem o material, fazendo registros de suas observações no caderno. Qualquer detalhe percebido pelo aluno é interessante, por mais simples que possa parecer.



A imagem abaixo ilustra este primeiro momento da atividade

DE 3 EM 3

Coloque a quantidade de feijões indicada na imagem, fazendo 3 seqüências de 1 a 10

1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9
10	10	10

1+1+1 = 3
2+2+2 = 6
3+3+3 = 9
4+4+4 = 12
5+5+5 = 15
6+6+6 = 18
7+7+7 = 21
8+8+8 = 24
9+9+9 = 27
10+10+10 = 30

**O QUE VOCÊ OBSERVOU?
COMPARTILHE COM SEUS COLEGAS!**



É preciso permitir que os alunos compartilhem suas observações e registros

Em uma turma mais tímida, a professora solicita que cada aluno fale uma frase que represente uma observação. Mesmo que o aluno não consiga expressar suas investigações, ao ouvir a solicitação da professora ele já inicia uma organização de ideias sobre possíveis observações a fazer. Neste momento, ele estará desenvolvendo seu raciocínio. Após os alunos contarem suas percepções, a professora acrescenta observações interessantes que não tenham sido citadas. "O que podemos observar com relação às somas. 3,6,9,12... está aumentando ou diminuindo? de quanto em quanto?"

Repare nas anotações na folha de caderno. Elas podem ser apresentadas para os alunos após uma análise apenas da caixa com os feijões. O interessante é o aluno perceber essas situações e fazer seus próprios registros antes de ver os realizados pela professora. A situação acima pode servir para o aluno compreender algumas ideias, por exemplo, a multiplicação como a repetição de parcelas iguais, a equivalência e o entendimento da tabuada de 3.

Que outras perguntas a professora poderia fazer para direcionar o aluno? O que mais poderia ser explorado com esta organização dos feijões? Quais seriam as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

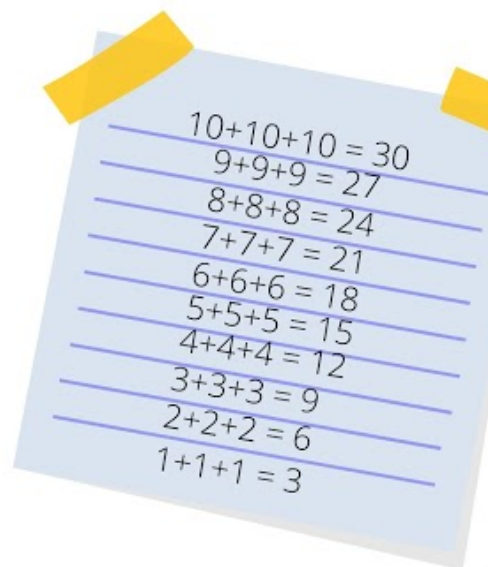
Sua resposta



Agora vamos testar uma variação, explorando seqüências decrescentes.

VAMOS INVERTER A ORDEM?

Coloque a quantidade de feijões
indicada na imagem, fazendo
3 seqüências de 10 à 1



**O QUE VOCÊ OBSERVOU?
COMPARTILHE COM SEUS COLEGAS!**



A professora, mais uma vez, permite que os alunos apontem suas observações e ideias.

Ela ressalta, após a participação dos alunos, o questionamento "o que mudou de uma estrutura para outra?", "como funciona a nova sequência?"

Quais são as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? Quais são as possíveis reflexões realizadas por eles? O que é importante explorar nesse momento da atividade? *

Sua resposta



Dando continuidade à atividade...



**E se houvesse
apenas 2
sequências de
1 a 10?**

**E se houvesse
4 sequências
de 1 a 10?**

**E se você
colocasse
diferentes
sequências?**



Agora é a hora de testar outras possibilidades, de explorar o que foi entendido até então

Na imagem acima algumas variações são sugeridas para desenvolver mais a ideia de sequências. Colocando apenas duas colunas de 1 a 10 é possível confirmar que a soma de cada linha dessas sequências formará uma outra que aumenta de 2 em 2. E se fossem 4 colunas de 1 a 10? Aumentaria de 4 em 4? E 5 sequências? O que aconteceria?

Os alunos criam novas sequências, por exemplo, colocando 3 colunas com números pares "2,4,6,8,10..." observam o que acontece e refletem com os amigos suas observações. A professora auxilia na hora da análise e dos registros, sem interferir na autonomia. A criança realiza os seus registros do seu jeitinho. A professora interfere apenas quando se faz necessário.

Caso esta atividade seja desenvolvida em sala de aula é interessante que os alunos estejam em duplas ou trios. A troca é sempre produtiva.

Quais adaptações você faria nesta atividade? Que outras habilidades poderiam ser desenvolvidas? *

Sua resposta

Que situações você acha interessante propor para a turma? Quais as possíveis ideias e questionamentos dos alunos? *

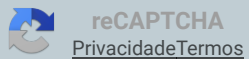
Sua resposta

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido



Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





2° ano - Parte 2

No segundo ano do Ensino Fundamental a BNCC propõe dois objetos de conhecimento que envolvem a ideia de sequência.

O primeiro objeto, com sua respectiva habilidade, busca desenvolver na criança a capacidade de criar suas próprias sequências utilizando números naturais.

O segundo objeto de conhecimento possui duas habilidades correspondentes que envolvem a análise e descrição de sequências, assim como a identificação de elementos ausentes.

Convido você a analisar algumas atividades referentes aos objetos dessa etapa de escolaridade junto comigo!

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Segundo objeto de conhecimento: Identificação de regularidade de sequência e determinação de elementos ausentes na sequência

Habilidades correspondentes:

(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.

(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.



Proponho agora uma reflexão sobre sequências em nossa rotina.

Uma linha de van passa de 10 em 10 minutos e um sinal de trânsito fecha de 2 em 2.

A médica solicita um remédio para tomar de 8 em 8 horas e a nutricionista recomenda comer de 3 em 3.

Uma flor deve ser regada de 3 em 3 dias e a grama cortada de 15 em 15.

As sequências estão a toda volta e é importante levantar essa reflexão com os alunos. O que será que eles pensam sobre isso? Será que reconhecem sequências no dia a dia deles em alguma situação?

O interessante é plantar uma sementinha de questionamentos que faça o aluno analisar criticamente seu dia a dia em relação às sequências e a acontecimentos repetitivos e recursivos.



A professora propõe uma reflexão inicial e realiza um debate com a turma sobre sequências no dia a dia. A imagem abaixo atrai a atenção para este debate inicial



Após os alunos explorarem suas observações, analisarem e refletirem sobre rotina e as sequências no dia a dia de cada um, vamos pensar em algumas situações fictícias.

A professora apresenta algumas situações com uma análise para a turma responder.

Aponta, por exemplo, alguns horários de uma linha de ônibus e pergunta "de quanto em quanto tempo esse ônibus passa no ponto?" ou "se um ônibus passou agora, daqui a quanto tempo passará novamente?".

Os exemplos podem se correlacionar com outros conteúdos que a professora esteja passando como, por exemplo, medidas de comprimento, medindo os passos de um aluno e, assim, podendo calcular uma distância percorrida por meio da quantidade de passos. Ou ao ensinar a ver a hora em relógio de ponteiros. Ali, vemos que os minutos seguem uma sequência de 5 em 5 com relação aos números que indicam as horas.

Pode-se falar em dias da semana, por exemplo, "uma planta deve ser regada dia-sim dia-não. Se molhei na terça-feira, que dia molharei novamente?" ou em meses do ano.

Enfim... é interessante que as crianças tenham contato com variadas situações envolvendo sequências sempre instigando que o aluno consiga prever um termo da sequência ou, até mesmo, sua razão, pois toda essa análise facilitará o desenvolvimento de um raciocínio que favorece a aprendizagem de muitos conteúdos escolares.



A professora iniciou com a situação de João se alimentar de 3 em 3 horas. Mas lembre-se, essa não foi a única. Os alunos poderão criar suas próprias situações também.



João segue as recomendações da nutricionista, comendo sempre de 3 em 3 horas.

Se João toma seu café da manhã às 9h, que horas ele almoça?
E que horas ele janta?



Quais sequências de horários podem fazer parte da rotina de João?

7h - 10h - 12h - 15h - 18h - 21h

8h - 11h - 14h - 17h - 20h - 23h

6h - 9h - 12h - 15h - 18h - 21h



E se João comesse de 2 em 2 horas? Ou de 4 em 4? Ajude



João a organizar sua rotina!

Que situações você acha interessante propor para a turma? Quais as possíveis ideias e questionamentos dos alunos? *

Sua resposta

Após a análise de situações problema, a professora propôs uma brincadeira em sala de aula, onde os alunos estavam sentados em círculo.

Ela confeccionou muitos cartões com horários entre 9 e 10h e deixou-os embaralhados em cima de sua mesa.

Colocou seu celular para despertar de 5 em 5 minutos e um pouco antes das 9h ela propôs a brincadeira aos alunos "Já, já serão 9 horas. 5 minutos depois das 9h serão que horas? E se passar mais 5 minutos, que horas serão? E mais 5? E mais 5? Vamos brincar? Vamos organizar esse tempo com muita história e caretas? Vou contando uma história e a cada 5 minutos meu celular vai tocar. Quando tocar o aluno da vez fará uma careta bem engraçada e pegará o cartão com a hora certa, completando a sequência". A professora aponta para um local onde ficarão os cartões com os dois primeiros já posicionados: 9:00 e 9:05. "Farei as primeiras vezes e vocês continuam!"

A professora, em outras aulas, propõe sequências de tempo de 2 em 2 e de 10 em 10 minutos e realizando outras atividades diferentes de contação de histórias durante a brincadeira. Até mesmo realizando uma atividade do livro.

É interessante que a professora estimule os alunos a descobrir que horas serão quando chegar sua vez. A brincadeira, assim, ficará ainda mais produtiva.



A imagem abaixo ilustra a brincadeira.

Vamos brincar de
sequência?



Vamos começar?! Que horas são?



Vou colocar o alarme
para tocar de 5 em 5 minutos.
Cada vez que ele tocar adivinhamos a
hora e inventamos uma
careta diferente.



Quais variações você propõe na brincadeira acima? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

Sua resposta

Que outras situações ou ideias poderiam ser exploradas para desenvolver pensamento algébrico em uma turma de segundo ano? *

Sua resposta

As sequências estão à nossa volta, em muitas situações

As brincadeiras e atividades lúdicas, onde a criança se envolve e se empenha na análise do que é proposto pelo professor torna a aprendizagem ainda mais significativa. Procure incluir sempre reflexões com relação à realidade da criança com os conteúdos estudados.

Promova ações que levem naturalmente a uma reflexão de sequências. Leve uma planta para ser cuidada pela turma, organizando no calendário os dias que deverão molhar. Escolha alguns livros para circular entre os alunos, fazendo com que de tanto em tanto tempo o livro passe para a criança seguinte. Livros com mais conteúdos devem ter sequências com um intervalo maior do que outros com menos. Deixe que as crianças analisem e proponham quanto tempo será indicado para cada livro. Organizem em uma tabela. Crie uma ordem de repasse dos livros. Talvez pela chamada. Estimule-os a prever quando chegará a sua vez. Permita que eles soltem a imaginação e criem novas possibilidades de brincadeiras e atividades.

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido



Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

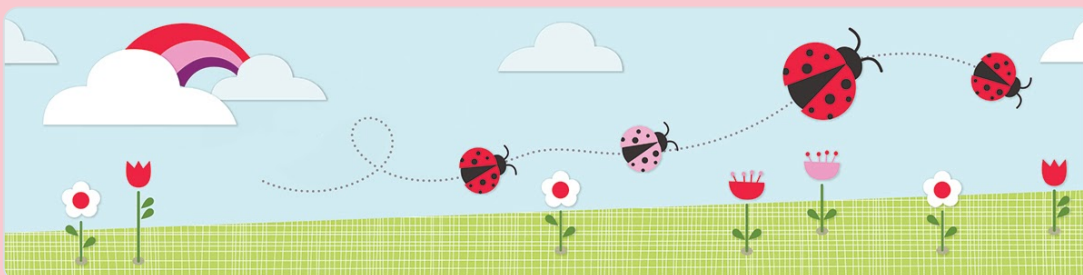


reCAPTCHA
[Privacidade](#)[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





3° ano

No terceiro ano do Ensino Fundamental a BNCC propõe dois objetos de conhecimento, um que envolve a ideia de sequência e outro associado à relação de igualdade.

O primeiro objeto de conhecimento, com sua respectiva habilidade, direciona para a identificação e descrição de sequências recursivas, bem como a identificação de elementos ausentes nas mesmas.

Já o segundo objeto de conhecimento, com sua habilidade correspondente, busca a compreensão da relação de igualdade utilizada em diferentes sentenças que envolvem adição e subtração de dois números.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Primeiro objeto de conhecimento: Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas

Habilidade correspondente:

(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.



Nem sempre estudar matemática significa praticar listas e mais listas de exercícios

É importante sair da rotina de livros e exercícios no papel e propor atividades mais livres e que estimulem a criatividade, o raciocínio e a reflexão sobre hábitos do cotidiano de forma prazerosa e reflexiva.

Para iniciar os estudos de sequências em sua turma de terceiro ano, a professora propôs uma atividade que incentiva a reflexão sobre as sequências presentes em nosso cotidiano e que estimula a criatividade, o raciocínio e a coerência em sequências de uma narrativa. Nesta atividade, a professora inicia uma história da rotina de um menino, onde algumas sequências aparecem de forma natural.



Veja na imagem abaixo o início da história

De quanto em quanto?

João acorda todos os dias antes do sol raiar. Fica de preguiça na cama até o galo cacarejar. Esse galo é danado, a cada 2 minutos é um susto que ele nos dá com seu canto desafinado.

De três em três minutos a mãe de João, dona Jurema, o apressa: "Vai se atrasar para a escola se não descer bem depressa!". Ele escova os dentes, toma um banho, arruma a cama e corre para tomar seu café.

Sempre animado brinca ao descer as escadas pisando degrau sim, degrau não! Sua mãe logo chama a atenção: "Você ainda cairá descendo assim, João!".

Hum... em dia de panqueca João dá pulos sem parar. Três pulinhos para lá, três pulinhos para cá. Diz que para dar sorte 30 pulinhos ao todo tem que dar! Vai entender essa gente... Toda semana ele inventa uma história diferente!

*Você consegue encontrar
sequências na rotina de João?
Vamos continuar a história com
mais sequências?*



Após a leitura da história, a professora faz uma roda de conversa com os alunos

Nesse momento, os alunos apontam as sequências que encontraram no texto. Podemos ressaltar sequências como: o canto do galo, o chamado da mãe apressando João, a maneira com que ele desce as escadas e os pulinhos de João.

A professora estimula os alunos para que citem mais alguma possível situação na rotina de uma criança que envolva sequência e se eles identificam sequências em suas rotinas.

Depois da reflexão, a professora apresenta com mais clareza, utilizando exemplos numéricos, algumas sequências da rotina de João. Alguns alunos apontam para o fato de aparecerem sequências com hora, posição e quantidades.

Que outras observações os alunos poderiam fazer? Como você aproveitaria os comentários para continuar a discussões e enriquecer a aprendizagem? Quais as dificuldades enfrentadas por eles? *

Sua resposta



Veja a imagem

Algumas sequências do João

O galo cantando de 2 em 2 minutos.

Se ele canta às 6h, que horas cantará novamente?

6:00 6:02 6:04 6:06...



João descendo as escadas degrau sim, degrau não.

Se começa pelo primeiro degrau, em quais outros ele pisa?

1° 3° 5° 7° 9°...

João pulando para lá e para cá, de três em três.

Será que ele demora até conseguir os 30 pulos?

3 6 9 12 15 18...



Após a análise das sequências, é hora de continuar a história!

Sem auxílio de lápis ou papel, apenas com a imaginação e a criatividade, um aluno continua a história de João tentando inserir, quando possível, situações que envolvam sequências. Depois, o próximo aluno continua de onde parou, e assim por diante. A professora, de vez em quando, incrementa um pouco a narrativa com mais algumas possíveis sequências, fortalecendo ainda mais a aprendizagem.

Nessa brincadeira aparentemente inocente, podemos observar a ideia por trás do conceito de recursividade. Para prosseguir com a história, cada aluno deve pensar em tudo que já aconteceu na rotina de João (o que foi contado pela professora e também pelos outros amigos) e continuar de forma coerente.

Após a participação de todos os alunos a professora solicita que a turma registre a história por meio de desenhos. Nesse momento, os alunos estarão refletindo e analisando o que aconteceu na história para poder sintetizar em algumas imagens.

O que você acrescentaria ou modificaria nesta atividade para enriquecer ainda mais a aprendizagem dos alunos? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

Sua resposta

Criando e descobrindo sequências

Uma outra proposta de atividade é solicitar que os alunos, após o entendimento da ideia de sequência, criem algumas sequências para apresentar para a turma. A ideia inicial é que eles entendam com mais clareza como as sequências são estruturadas por meio de uma regra e que possam usar a imaginação para criar seus próprios padrões. Alguns alunos normalmente optam pelo caminho mais fácil, criando sequências bem simples. Outros querem mostrar que conseguem ir além e arriscam regras mais complexas. O importante é incentivá-los a pensar em diferentes possibilidades e testá-las.

A professora cria, junto com a turma, algumas sequências no quadro como exemplo. É um momento para os alunos participarem, tirando suas dúvidas. Depois propõe que a turma crie suas sequências e apague um número do meio para que os colegas possam adivinhar qual é o padrão utilizado e o número ausente. Os alunos podem ser divididos em grupo ou trabalhar individualmente.



A imagem ilustra esse momento inicial da atividade

Qual é a regra?

Vamos criar algumas sequências diferentes? Depois vamos apresentá-la para turma adivinhar qual é a regra. Para ficar ainda mais legal, vamos apagar um número para que ele possa ser descoberto por algum colega.

6-8-10-12-14- -18-20
20- -26-29-32-35-38
65-60-55- -45-40



Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? Como a professora poderia utilizar algumas dificuldades para incrementar a atividade e fortalecer a aprendizagem? *

Sua resposta

Com as sequências prontas, chegou a hora de analisá-las

Antes de apresentar a sequência para a turma, os alunos mostram para a professora conferir se está correto.

A professora embaralha as sequências e sorteia uma. Então, mostra para a turma adivinhar qual é a regra e o número ausente.

Após algumas adivinhações, a professora questiona se há sequências diferentes que apresentam a mesma regra. Então os alunos começam a agrupar as sequências que possuem a mesma regra. É interessante que os alunos vejam que regras iguais não significam necessariamente sequências iguais.

A professora cria um espaço de discussão e observações sobre as sequências, ouvindo os alunos e promovendo um debate entre eles.



A imagem abaixo ilustra as sequências de uma aluna.



Como deixar essa atividade ainda mais interessante? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

Sua resposta

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

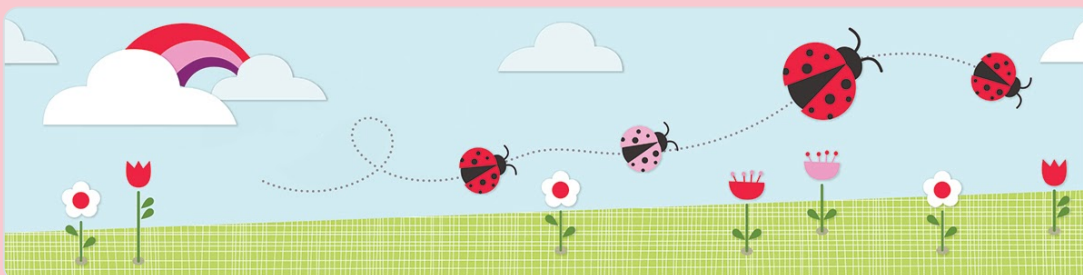
Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





3° ano - Parte 2

No terceiro ano do Ensino Fundamental a BNCC propõe dois objetos de conhecimento, um que envolve a ideia de sequência e outro associado à relação de igualdade.

O primeiro objeto de conhecimento, com sua respectiva habilidade, direciona para a identificação e descrição de sequências recursivas bem como a identificação de elementos ausentes nas mesmas.

Já o segundo objeto de conhecimento, com sua habilidade correspondente, busca a compreensão da relação de igualdade utilizada em diferentes sentenças que envolvem adição e subtração de dois números.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Segundo objeto de conhecimento: Relação de igualdade

Habilidade correspondente:

(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.



Observe o problema abaixo

A mãe de Mariana lhe deu uma nota de 50 reais para que comprasse pão e manteiga na padaria e um remédio na farmácia. A compra na padaria custou 8 reais. Mariana pagou com a nota de 50 e, com o troco, pagou o remédio que custou 15 reais. Quanto sobrou de dinheiro?

Observe a resolução de um aluno do 3° ano: $50-8=42-15=27$

Outro aluno representou uma resolução diferente: $50 - 8+15 = 27$

Um terceiro aluno resolveu: $50-8-15=27$

Os três alunos chegaram ao mesmo resultado, mas apenas um possui a resolução correta. Muitas vezes o sinal de igual é utilizado de forma inadequada sem que a gente perceba. Isso faz com que o aluno não perceba esse sinal como um equilíbrio entre os dois lados, dificultando, mais à frente, o entendimento de problemas onde seja preciso encontrar o valor desconhecido em uma equivalência, por exemplo.

Na primeira afirmação, temos do lado esquerdo $50-8$, que resulta em 42. E do lado direito, ao final, 27. Ou seja, o aluno está afirmando que $50 - 8$ (que vale 42) é igual $42 - 15$ (que vale 27). Assim, então, ele está afirmando que 42 é igual a 27, o que é um absurdo. Uma sugestão é direcionar o aluno para que evite usar, por enquanto, 2, ou mais, sinais de igualdade na mesma linha. Assim ele resolveria:

$$50-8=42$$
$$42-15=27$$

Na segunda afirmação a falha poderia ser solucionada por meio da colocação de parênteses: $50 - (8+15) = 27$, afinal, a intenção do aluno foi de adicionar todos os gastos para retirar o valor total. Sem o parênteses estamos somando 15 ao invés de subtraí-lo, o que não condiz com o problema apresentado e nem com o resultado final, 27.

A terceira afirmação traz uma solução correta para o problema: este aluno resolveu mostrar a retirada de cada valor separadamente, assim como o primeiro aluno, mas não explicitou o resultado parcial.

O estudo da álgebra nos anos iniciais busca construir o conhecimento com compreensão. Mais especificamente quando se refere ao objeto de conhecimento "Relação de igualdade", detalhes e elementos que, muitas vezes passavam despercebidos entre os pequenos, agora ganham um destaque importante na construção dos significados. O uso do sinal de igual, por exemplo, antes utilizado por muitos apenas para indicar a resposta, agora deve ser visto e compreendido como uma equivalência, uma separação entre duas expressões de mesmo valor. Esse entendimento permitirá a compreensão de problemas mais complexos futuramente.



Quais possíveis notações incorretas com a utilização do sinal de igual um aluno do 3º ano pode apresentar? Como você orientaria para que ele entenda o erro cometido? Como você utilizaria tais erros para prosseguir com a aprendizagem? *

Sua resposta

Igualdade de pulos

Proponho inicialmente uma atividade que busca construir essa ideia de igualdade de forma lúdica. A ideia é que os alunos representem uma igualdade utilizando movimentos do corpo, como pulos, e sinais de adição, subtração e igualdade produzidos com emborrachado, papelão ou outro material da preferência do professor.

A professora mostra uma igualdade para 3 alunos que a reproduzem para que a turma adivinhe, anotando-as em seus cadernos ou em uma folha. Para ficar ainda mais interessante a professora apresenta algumas igualdades incorretas para que os alunos identifiquem a cada representação se a igualdade é verdadeira ou falsa.



A imagem abaixo ilustra a atividade



Como você aplicaria esta atividade em uma turma de 3º ano? *

Sua resposta

Após o entendimento da relação de igualdade, aprofundamos um pouco mais o assunto

Nesta próxima atividade os alunos realizarão uma investigação sobre a ideia de equivalência. Em um primeiro momento os alunos organizam o material necessário para realizar a exploração. Serão utilizados inicialmente 2 copinhos de plástico, 10 moedas, papel e lápis para anotações.

A professora permite que os alunos explorem e analisem possibilidades com esses materiais antes de direcionar a proposta, assim, a aula os alunos tem um espaço para exploração, curiosidade e criatividade.



Observe a ilustração da atividade

2 copinhos e
10 moedas.
Vamos organizá-las?

Distribua as 10
moedas nos
dois copos e
registre suas
observações
como as
equivalências
abaixo



$$10=1+9$$

$$4+6=10$$

$$8+2=10$$

$$10=3+7$$



Neste primeiro momento, os alunos organizam as dez moedas nos dois copos de diferentes formas, anotando suas observações. A professora orienta os alunos com dificuldades e auxilia nas observações.

Depois a turma compara os resultados encontrados. A professora provoca os alunos com a seguinte sugestão: "Olha as equivalências da Maria e da Joana ($3+7=10$ e $10=7+3$). Elas são iguais? Podemos dizer que $3+7$ é igual a $7+3$? O que mais vocês podem observar? O que podemos dizer sobre as equivalências ($8+2=10$ e $10 = 6+4$)? "

A professora estimula o aluno a fazer algum comentário, por mais óbvio que possa parecer a observação, sempre elogiando e fortalecendo a autoestima e a participação da criança. A aprendizagem para ser eficaz não necessariamente precisa ser difícil. Sabemos que muitas vezes quando encontramos soluções simples (e óbvias) para problemas que julgávamos difíceis ficamos intrigados como não pensamos nisso antes. Talvez nos falte um pouco dar mais valor ao óbvio.



Agora é hora de fixar novas equivalências

Agora vamos analisar os resultados e formar novas equivalências?

Observe como Marina fez:

$$10=1+9$$

$$10=3+7$$

$$1+9=3+7$$

Qual foi o raciocínio da Marina?
Você concorda com ela?



Como você auxiliaria um aluno com dificuldade em visualizar a equivalência montada por Marina? Como você auxiliaria a criar novas equivalências? *

Sua resposta

Após a construção das novas equivalências é hora de experimentar novas possibilidades

A professora propõe que a turma realize algumas modificações e observe o que acontecerá. Ela permite que as crianças criem seus próprios experimentos, comentem com os amigos, levantes questionamentos e observem os experimentos dos demais alunos.



Observe a ilustração dessa proposta final



Utilizando mais dois
copinho e 10 moedas
podemos montar
equivalências



O que acontece se ao invés de 10 moedas você colocar 20 em cada conjunto de copos? E se você colocar 10 moedas nos dois primeiros copinhos e 20 nos dois últimos, o que acontece com a igualdade?

Experimente algumas possibilidades e anote suas observações



Quais os possíveis observações os alunos farão? Como você guiaria essas observações para estimular a aprendizagem dos alunos? *

Sua resposta

É um momento em que os alunos utilizarão o que aprenderam, o raciocínio, a criatividade e a curiosidade para enriquecer a aprendizagem.

Atividades de investigação e exploração são interessantes para a realização de um ensino significativo na matemática. Estas atividades demandam um tempo maior do que os exercícios do livro, mas são muito interessantes para o desenvolvimento do aluno e a criação de significado para os conteúdos estudados. Elas podem ser aplicadas em uma aula, ser fracionada em tempos menores e ser trabalhada aos poucos. O importante é manter o aluno com um olhar crítico e reflexivo.

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

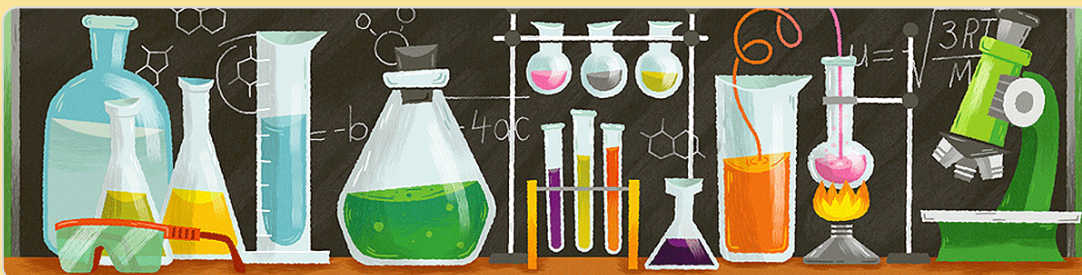


reCAPTCHA
[Privacidade](#)[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





4º ano

No quarto ano do Ensino Fundamental a BNCC propõe quatro objetos de conhecimento que envolvem a ideia de sequências, relações entre as operações e equivalência.

Os dois primeiros objetos, com suas respectivas habilidades, trazem a ideia de sequências numéricas, sendo o primeiro com sequências de múltiplos de um número e o segundo com sequências que deixam o mesmo resto quando divididos por um determinado número.

O terceiro objeto de conhecimento, com sua habilidade correspondente, direcionam para o entendimento das operações inversas e o último objeto de conhecimento possui 2 habilidades relacionadas às propriedades da igualdade.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Primeiro objeto de conhecimento: sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural

Habilidade correspondente:

EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.



Realizar adaptações de brincadeiras conhecidas pode ser uma boa opção para a criação de atividades dinâmicas que promovam a aprendizagem.

Nem sempre o professor precisa lançar mão de uma ideia nova para trabalhar de maneira significativa uma habilidade. Temos muitas brincadeiras de roda, amarelinhas, entre outras, que são adaptadas e trazem muita diversão e conhecimento.

A professora realizou algumas modificações na brincadeira "Morto Vivo", despertando nos alunos, além da noção de sequências com múltiplos, o interesse em aprimorar a habilidade e a agilidade no conhecimento dos múltiplos dos números (tabuada) e no cálculo mental.

Na brincadeira os alunos escolhem o número que será explorado. Por exemplo, o número 2. A turma se organiza em um círculo, começa a contar de 1 em 1. 1,2,3,4,5,6... Toda vez que um múltiplo de 2 é dito o aluno que pronunciou deve modificar sua posição. Se estiver em pé deverá abaixar e caso já esteja abaixado deverá levantar. O aluno que deixar de realizar a mudança de posição deve sair da roda e ficar auxiliando a observar os que ficaram. Os três últimos vencem. A turma escolhe um outro número para recomeçar a brincadeira.



Veja na imagem abaixo a ilustração da brincadeira

Morto vivo dos Múltiplos

CHAME OS AMIGOS E A FAMÍLIA PARA BRINCAR!



Vamos brincar de Morto Vivo dos Múltiplos?

Para começar, vamos fazer uma roda e escolher um número. Por exemplo, o número 3.

Começamos a brincadeira seguindo a ordem da roda.

Cada um fala um número continuando a sequência: 1,2,3,4,5,6...

Quem falar um múltiplo de três deve abaixar.



A brincadeira continua: 7,8,9,10,11,12... Toda vez que for dito um número múltiplo de 3, precisa abaixar.

E se já estiver abaixada, é hora de levantar! Se bobear, vai dançar.



O que você achou dessa adaptação? Quais outras brincadeiras conhecidas podem ser adaptadas para aprimorar o conhecimento dos alunos? *

Sua resposta

Segundo objeto de conhecimento: sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao serem divididos por um mesmo número natural diferente de zero

Habilidade correspondente:

(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Nem sempre quando contamos de 4 em 4 os números da sequência são múltiplos de 4
A observação acima é válida para qualquer número, diferente de 1. Seguindo o exemplo "de 4 em 4" observamos, primeiro, a sequência dos números múltiplos de 4:

4,8,12,16,20,24,28,32...

O que podemos observar com relação a esses números e o números de uma outra sequência que cresce de 4 em 4?

5,9,13,17,21,25,29,33...

Perceba que para cada número da sequência dos múltiplos de 4 foi adicionado 1 unidade. Isto significa que se tirarmos uma unidade desses números da segunda sequência, encontraremos os múltiplos de 4. Ou ainda, que os números da segunda sequência deixam resto 1 quando divididos por 4.

É essa ideia que a habilidade EF04MA12 propõe aos alunos de 4º ano. Mas você pode estar pensando em que tipo de situações esta habilidade deve ser necessária.

Para desenvolver essa habilidade a professora propõe um desafio para atrair a atenção dos alunos.



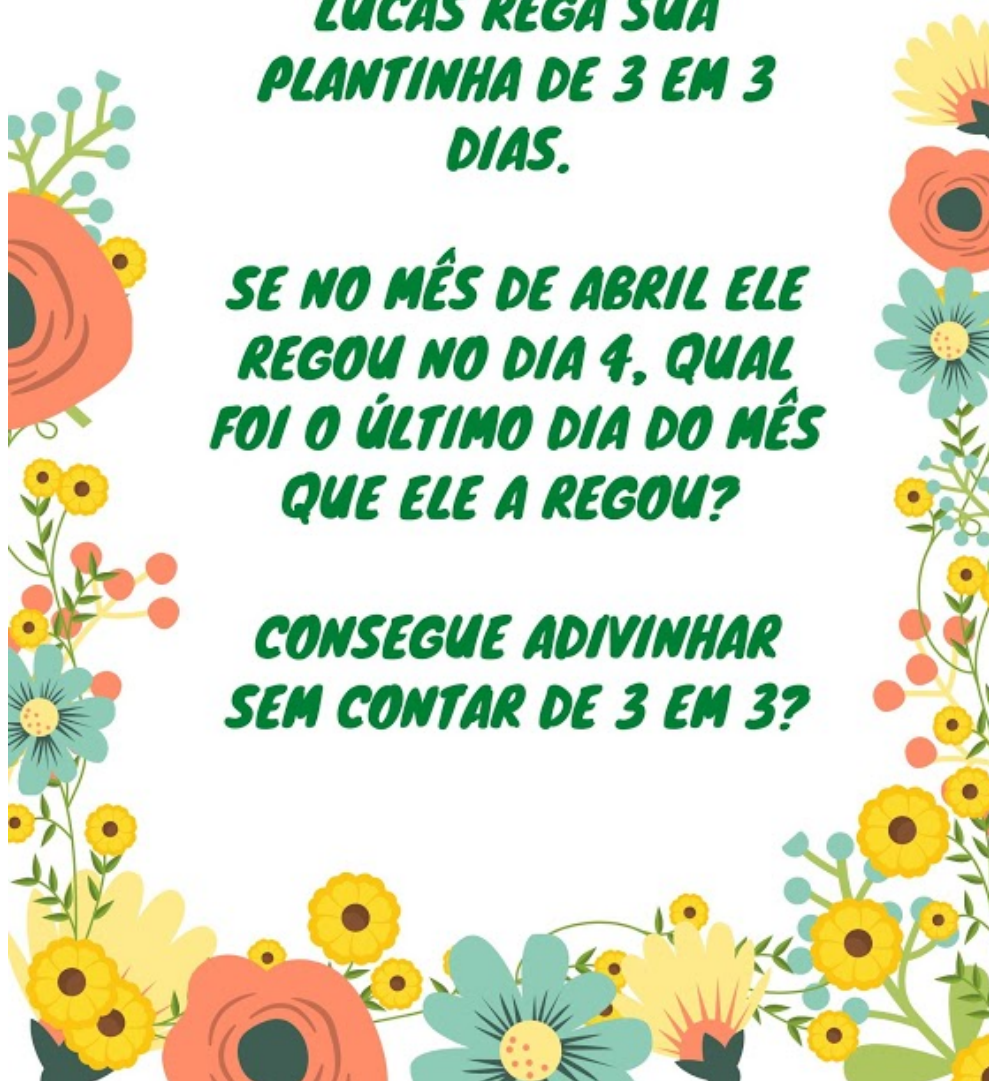
Observe na imagem abaixo a ilustração do desafio



**LUCAS REGA SUA
PLANTINHA DE 3 EM 3
DIAS.**

**SE NO MÊS DE ABRIL ELE
REGOU NO DIA 4, QUAL
FOI O ÚLTIMO DIA DO MÊS
QUE ELE A REGOU?**

**CONSEGUE ADIVINHAR
SEM CONTAR DE 3 EM 3?**



Os alunos tentam solucionar o problema de Lucas e, antes de oferecer uma solução, a professora propõe uma atividade com caixas de ovos e feijões

Primeiro a professora monta com ajuda da turma a sequência dos múltiplos de 2. Depois solicita que seja somado uma unidade a cada número da sequência, resultando em uma nova sequência. Ela pede para que os alunos comparem as duas sequências e os números das sequências entre si.

Os alunos comentam: "As duas sequências vão de dois em dois", "A primeira possui números pares e a segunda possui números ímpares", "Nenhum número da primeira sequência aparece na segunda sequência", "A segunda sequência vai de dois em dois, mas os números não são múltiplos de dois", ...

Após as observações a professora solicita que os alunos, a partir da segunda sequência, somem mais uma unidade e que novamente solicite que apontem suas observações.

Em seguida a professora realiza a mesma análise com a sequência dos múltiplos de 3.

Quais outras possíveis observações apontadas pelos alunos? Quais as dificuldades os alunos enfrentariam neste momento? Quais dificuldades poderiam surgir para o professor numa atividade como essa? *

Sua resposta



A imagem abaixo ilustra a situação

**ANTES DE ANALISAR UMA SOLUÇÃO PARA O
PROBLEMA DE LUCAS VAMOS REALIZAR
ALGUMAS INVESTIGAÇÕES**

Observe a sequência:
2,4,6,8,10,12,14,16,18

Vamos somar 1 unidade para cada número da
sequência
3,5,7,9,11,13,15,17,19

Somamos mais 1 unidade
4,6,8,10,12,14,16,18,20

Agora compare estas sequências, o que você pode
observar?

Agora observe mais uma sequência:
3,6,9,12,15,18,21,24,27,30

Vamos somar 1 unidade para cada número da
sequência
4,7,10,13,16,19,22,25,28,31

Somamos mais 1 unidade
5,8,11,14,17,20,23,26,29,32

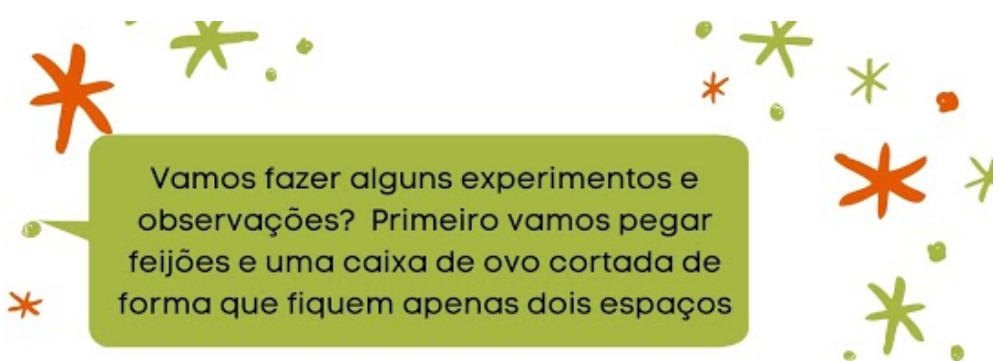
E mais uma
6,9,12,15,18,21,24,27,30,33

Agora compare estas sequências, o que você
pode observar?



Após a exploração e análise das sequências é hora de realizar alguns experimentos. Para esta etapa da atividade os alunos precisarão de caixa de ovos e feijões. A professora solicita que os alunos cortem a caixa, deixando um pedaço com dois espaços e outro com 3. Então ela inicia a atividade como descrito na imagem.

Observe a imagem




Vamos fazer alguns experimentos e observações? Primeiro vamos pegar feijões e uma caixa de ovo cortada de forma que fiquem apenas dois espaços




Depois vamos experimentar dividir em partes iguais cada um dos números da sequência 2,4,6,8,10,12,14,16,18 nesses dois espaços. Começamos com o número 2.


Pegamos dois feijões e dividimos nos dois espaços. Depois experimentamos com 4 feijões. Depois com 6. E assim por diante. O que tem de comum nestas divisões?



Depois vamos experimentar dividir cada um dos números da sequência 3,5,7,9,11,13,15,17,19 nesses dois espaços. O que há em comum nestas divisões?



Por último vamos dividir os números da sequência 4,6,8,10,12,14,16,18,20. O que você observou? Agora experimente fazer com 3 espaços e os números da sequência de 3 em 3.



O que se espera que os alunos percebam é que todos da sequência deixam o mesmo resto quando divididos pelo padrão

Após os alunos perceberem os restos, a professora desafia a exploração de novas sequências, criando um espaço de discussões e descobertas.

Ao final ela retorna ao problema da plantinha. Qual será o último dia do mês que a plantinha será regada? Ela analisa junto com a turma a sequência presente no problema (4, 7, 10, 13, ...). Os alunos confirmam que é uma sequência de números que deixa resto 1 quando divididos por 3. Em seguida a professora pergunta: Qual é o último dia do mês que, assim como o 4, deixa resto 1 quando dividido por 3?

Quais outras situações podemos resolver com o mesmo raciocínio? Deixo aqui um exemplo:

Um cometa se aproxima da Terra de 5 em 5 anos. Sabemos que ele passou por aqui em 1943. Após a data de hoje, em que ano ele se aproximará da Terra novamente?

Em que outras situações podemos encontrar explorar a ideia desenvolvida na atividade, ou seja, sequências cujos números deixam o mesmo resto quando divididos por algum número natural diferente de zero? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelo professor? *

Sua resposta

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Enviar

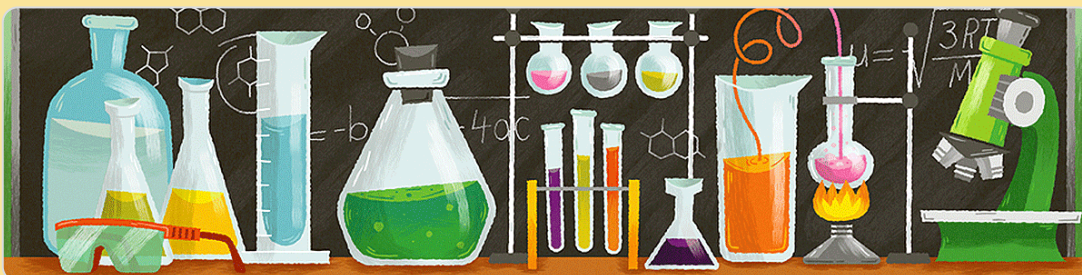


reCAPTCHA
[Privacidade](#)[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





4º ano - Parte 2

No quarto ano do Ensino Fundamental a BNCC propõe quatro objetos de conhecimento que envolvem a ideia de sequências, relações entre as operações e equivalência.

Os dois primeiros objetos, com suas respectivas habilidades, trazem a ideia de sequências numéricas, sendo o primeiro com sequências de múltiplos de um número e o segundo com sequências que deixam o mesmo resto quando divididos por um determinado número.

O terceiro objeto de conhecimento, com sua habilidade correspondente, direcionam para o entendimento das operações inversas e o último objeto de conhecimento possui 2 habilidades relacionadas às propriedades da igualdade.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Terceiro objeto de conhecimento: relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão

Habilidade correspondente:

(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.



Para despertar a curiosidade e fortalecer a ideia de operações inversas, proponho uma brincadeira que chamaremos de Matemágica

É sabido que mágicas não existem. Sempre há uma explicação lógica para as divertidas situações que desafiam nossa percepção. A ideia desta atividade é não só apresentar uma brincadeira para os alunos, mas fazer com que criem suas próprias matemágicas.

Observe o desafio ilustrado na imagem

Matemágica das operações inversas

Pense em um número
Multiplique por 2
Multiplique por 3
Divida pelo número que você pensou
Adicione 5
O RESULTADO É 11

Em um primeiro momento a professora permite que os alunos tentem desvendar o mistério

A professora permite que os alunos explorem, desafiem uns aos outros e propõe mais matemáticas para eles testarem.

"Pense em um número, some 5, diminua 3, some 4, diminua o número que você pensou, multiplique por 2. O resultado é 12."

Perceba que só foi utilizado operações de adição e subtração até o número pensado sumir. Só depois que utilizamos a multiplicação.

"Pense em um número, multiplique por 6, divida por 3, divida pelo número que você pensou, some 10. O resultado é 12 também."

Observe que só utilizamos multiplicação e divisão até desaparecer com o número pensado. Após isso não há problema em utilizar adição e subtração.

A professora, após alguns desafios, fornece a ideia das operações inversas para os alunos através de um experimento simples com copos e moedas.



A imagem abaixo ilustra a atividade

Coloque 5 moedas em um copo

DESFAZENDO O FEITIÇO

Fizeram um feitiço que alterou a quantidade de moedas. Descubra como desfazer o feitiço



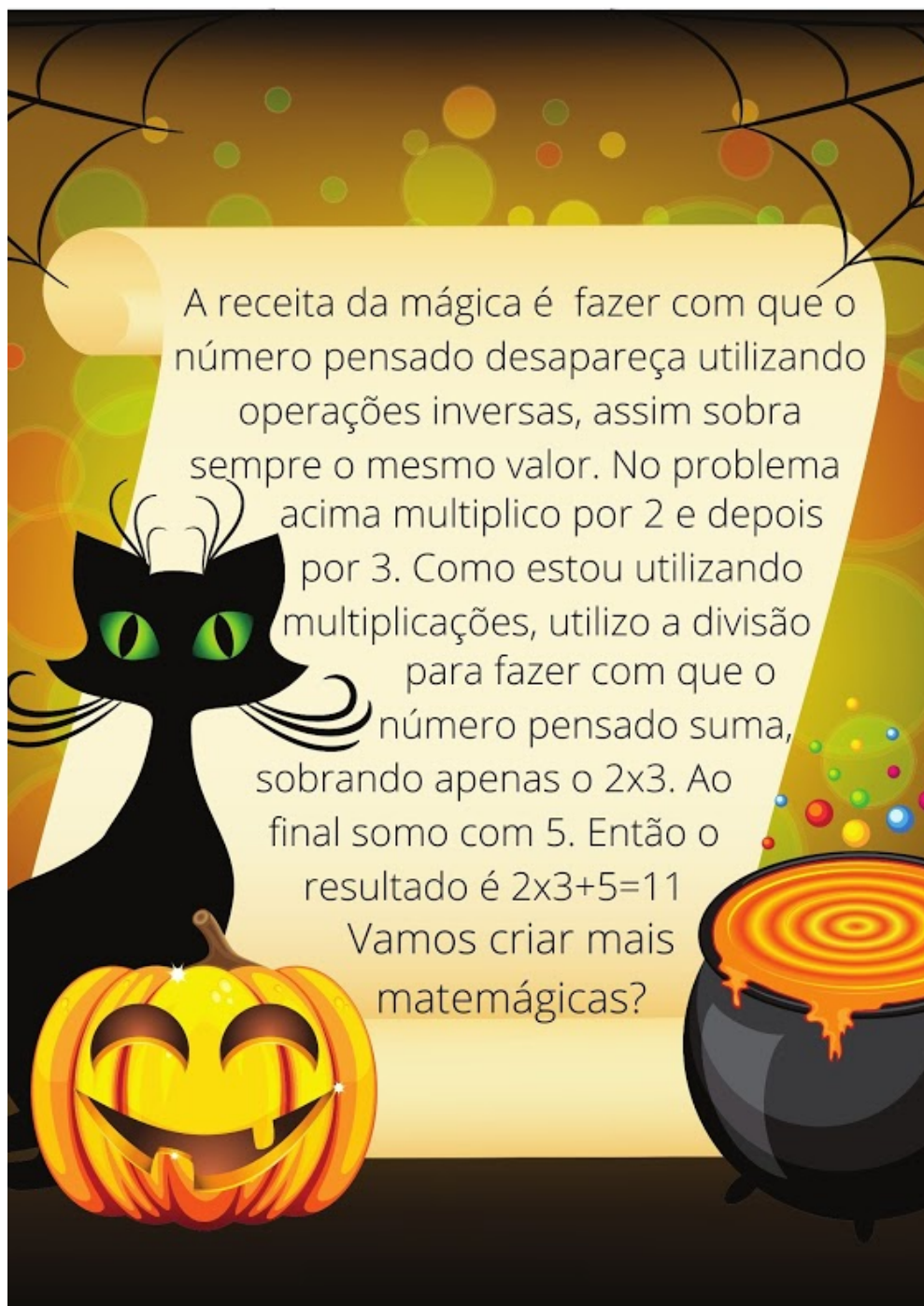
Talvez alguns alunos achem a experiência um tanto óbvia, mas é importante vivenciar o óbvio também

A professora explora diversas possibilidades com os copos e as moedas, que podem ser substituídas por feijões também. Ela solicita que os alunos anotem suas observações em seus cadernos e criem outras situações com operações inversas, debatendo com seus amigos e registrando todas as observações.

Agora é hora de desvendar o mistério da matemática.



Observe a imagem



Chegou a hora de criar suas próprias matemáticas

Com a turma dividida em grupos a professora orienta os alunos em suas criações. Inicialmente ela pede que os alunos escolham utilizar adição e subtração ou multiplicação e divisão. Até que eles entendam como funciona. Os alunos registram todos os passos em seus cadernos.

Depois ela permite que criem com todas as operações e questiona "Será que vai dar certo?", " Em quais situações deu certo e em quais deu errado?", " Por que será que deu errado?". A professora cria, desta forma, um novo espaço para exploração de ideias e experimentações. Permite que os alunos debatam entre si, fortalecendo ainda mais a aprendizagem.

Como você aplicaria esta atividade em uma turma de 4º ano? Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? Como você contornaria essas dificuldades? *

Sua resposta

Quarto objeto de conhecimento: propriedades da igualdade

Habilidades correspondentes:

(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.

(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.

Para que os alunos percebam de forma concreta as propriedades da igualdade a professora do 4º ano propôs uma atividade envolvendo a ideia de balança

Em um primeiro momento os alunos confeccionaram suas balanças utilizando um cabide, dois copos de plástico e barbante. Alguns alunos utilizaram elástico amarelo para prender o barbante no copo. É preciso pendurar o cabide em algum lugar liso, com




pouco atrito, para que o cabide possa deslizar com facilidade, proporcionando melhor visualização do equilíbrio. Uma ideia é pendurar um cabide no outro.

Após os alunos finalizarem suas balanças, experimentam livremente algumas possibilidades


Observe a ilustração do início da atividade

Vamos fazer uma balança com um cabide e dois copos?



Prenda, com auxílio de barbante, dois copos em um cabide como mostra a figura

Experimente colocar algumas moedas nos copos e observe o cabide. Registre e discuta com os colegas suas observações



$2+4=1+5$ $3+5=8$ $5=3+2$



Após a exploração livre, a professora direciona algumas situações

A professora indica alguns problemas para que os alunos debatam com os amigos suas observações.

Em um primeiro momento, a professora permite que os alunos façam suas observações no caderno de forma livre, como preferirem.



Observe algumas situações propostas pela professora na imagem abaixo

O que precisamos fazer para que os copos fiquem em equilíbrio?



Caio colocou 3 bolinhas no primeiro copo e 5 no segundo. O que ele pode fazer para que os copos fiquem equilibrados?

Represente por meio de igualdades como você solucionou os problemas

Julia colocou 4 bolinhas no primeiro copo e 6 no segundo. Ela não tem mais bolinhas. O que ela pode fazer para que os copos fiquem equilibrados?



Depois a professora mostra algumas possibilidades para representar as situações utilizando igualdade.

A professora orienta os alunos na representação por escrito da situação. Ao representar o valor desconhecido, ela mostra que temos muitas opções para representar esse número que procuramos. Quadradinho, coração, estrelinha...

Em seguida a professor explora a ideia de somar ou subtrair uma quantidade de cada lado da balança. Será que o equilíbrio é afetado?



Observe a ilustração da atividade

O que acontece quando colocamos ou retiramos a mesma quantidade de bolinhas nos dois copos?



Sophia deixou 5 bolinhas em cada copo. Depois retirou 2 bolinhas de cada um. O que aconteceu? E se ela acrescentar 1 bolinha em cada copo?

Represente por meio de igualdades como você solucionou os problemas

Agora vamos criar algumas situações como nossos amigos? Anote suas observações utilizando equivalências e mostre para a sua turma



Após os direcionamentos, a professora promove um momento para o aluno explorar e debater com seus colegas

Depois das orientações, dos experimentos e direcionamentos, os alunos precisam de um tempo para assimilar a ideia, testar novas possibilidades e ver o que acontece. Eles usam a criatividade e querem desafiar uns aos outros e a si mesmo, explorando os novos conhecimento adquiridos.

Como você aplicaria esta atividade em uma turma de 4º ano? Quais atividades você promoveria para continuar os estudos e fortalecer a aprendizagem dos alunos? *

Sua resposta

As atividades lúdicas e dinâmicas são interessantes para a construção de significados, para o desenvolvimento do raciocínio por trás dos cálculos e resoluções de problemas

Após as atividades exploratório-investigativas é interessante apresentar alguns problemas contextualizados e atividades do livro para que os alunos coloquem em prática o que aprenderam e que novos desafios e dúvidas surjam para ampliar o conhecimento.

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



reCAPTCHA
[Privacidade](#)
[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





5° ano

No quinto ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento que envolvem a ideia de equivalência e propriedades da igualdade, além de problemas relacionados à proporcionalidade.

O primeiro objeto de conhecimento traz duas habilidades que apontam para as propriedades da igualdade, a construção da ideia de equivalência e a descoberta do termo desconhecido.

O segundo objeto de conhecimento, com suas respectivas habilidades, propõe o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, envolvendo grandezas diretamente proporcionais e a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail _____

Primeiro objeto de conhecimento: propriedades da igualdade e noção de equivalência

Habilidades correspondentes:

(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.

(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.



Desenvolver a noção de equivalência é muito importante para a aprendizagem matemática dos alunos

É preciso ter sempre em mente que a álgebra nos anos iniciais busca desenvolver no aluno o significado por trás de conceitos que serão retomados e aprofundados nos anos seguintes. É um momento de explorar possibilidades e buscar diferentes entendimentos para uma mesma situação.

Para desenvolver as habilidades propostas pela BNCC para o quinto ano, sobre a noção de equivalência - associada ao sinal de igualdade - a professora inicia com uma brincadeira, com objetivo de despertar a curiosidade e o raciocínio dos alunos.

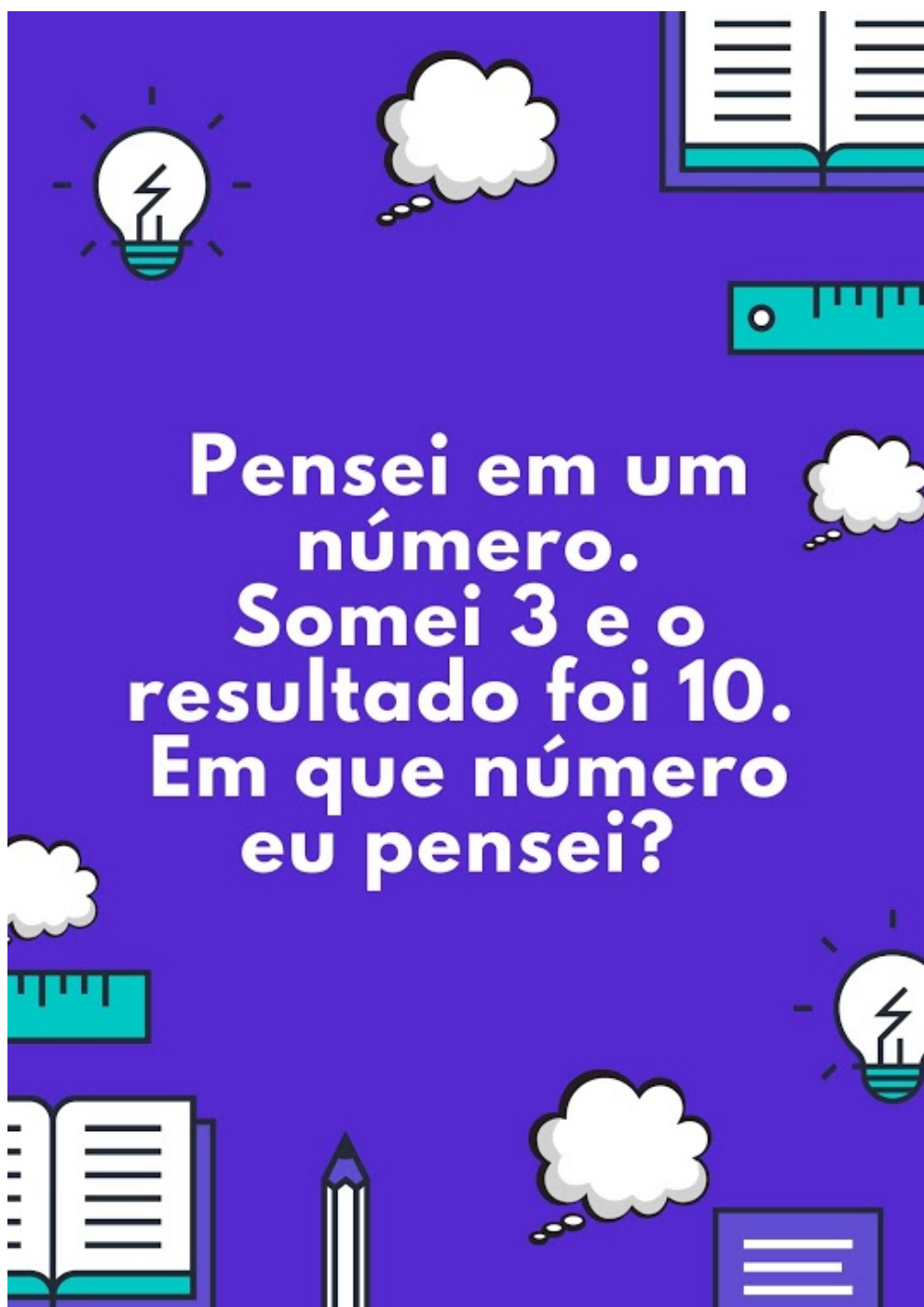
Em um ambiente bem descontraído, com os alunos portando um papel e um lápis para anotações, a professora faz algumas perguntas. Os alunos pensam individualmente e, em silêncio, anotam suas observações no papel. Quando todos terminam suas anotações, dizem o resultado. Ao final, os alunos contam quantos acertos tiveram e os que acertarem mais vencem a brincadeira. A professora começa:

- Pensei em um número, somei 2, o resultado encontrado foi 8. Em que número eu pensei?
- Pensei em um número, subtraí 4, o resultado encontrado foi 3. Em que número eu pensei?
- Pensei em um número, multipliquei por 2, o resultado encontrado foi 12. Em que número eu pensei?
- Pensei em um número, somei 5 e depois diminuí 3, o resultado encontrado foi 8. Em que número eu pensei?
- Pensei em um número, somei dois e depois multipliquei por 3, o resultado foi 15. Em que número eu pensei?

Ela inicia com situações mais simples e fáceis e vai aumentando o grau de dificuldade à medida que percebe que a turma dominou o entendimento das mais simples. Ao final, ela propõe algumas perguntas com um nível mais difícil, como desafio. Ao todo, a professora propôs para a turma 8 perguntas de nível fácil e médio e 2 perguntas mais difíceis.



Veja a ilustração da atividade



**Pensei em um
número.
Somei 3 e o
resultado foi 10.
Em que número
eu pensei?**



Você aplicaria essa atividade? Se sim, com que objetivo? Como você modificaria a atividade de forma que ela deixe de ser uma atividade competitiva? *

Sua resposta

A troca de experiência ao final tem grande importância para amarrar a ideia

Espera-se que ao resolver perguntas assim, em um ambiente descontraído e sem explicações de conteúdo, os alunos possam buscar suas próprias técnicas que possibilitem encontrar a solução desejada. Ao final da atividade, a professora cria um espaço para compartilhar as ideias. Neste momento, os alunos apontam as técnicas que utilizaram para a resolução do problema e de que maneiras registraram suas observações.

Em um outro momento, a professora propõe investigar de forma concreta a noção de equivalência e as possíveis técnicas e registros apontados pelos alunos na brincadeira anterior.

Com a utilização de fichinhas impressas ou confeccionadas à mão com números e símbolos a professora busca desenvolver nos alunos, inicialmente, a noção de equivalência através da ideia da balança de dois pratos, que foi desenvolvida no quarto ano.

Caso o aluno não tenha vivenciado a experiência com a balança, a professora aplica, primeiro, a atividade que foi sugerida no material do quarto ano.



Observe a imagem

Igualdades na balança

Esta é uma balança de dois pratos. Para que ela se mantenha em equilíbrio o peso dos objetos de um lado deve ser igual ao peso dos objetos do outro lado.



O que acontece se você colocar um novo objeto em um dos lados da balança?

O que é possível fazer para que ela volte a ficar equilibrada?

O que acontece se você multiplicar um dos lados da balança por 3?

O que é possível fazer para que ela volte ao equilíbrio?



Neste primeiro momento da atividade, a professora levanta alguns questionamentos para que os alunos relembrem como funciona a balança de dois pratos.

A ideia é que o aluno reflita que, para a balança permanecer equilibrada, a expressão que está em um lado do sinal de igual deve ser equivalente a expressão do outro. Qualquer "mudança" realizada em um dos lados desequilibrará a balança. A cada possível ação realizada em um dos lados, levanta-se o questionamento: o que devemos fazer para que o equilíbrio seja restabelecido?

Perceba que a professora não está fornecendo a resposta aos alunos, mas sim direcionando para que eles mesmos apontem as possibilidades.

Como sempre, a troca de observações e descobertas entre os alunos é muito importante para a aprendizagem.

Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? Como você aproveitaria essas dificuldades para enriquecer o conhecimento dos alunos? *

Sua resposta



Em seguida, a professora continua a atividade com fichinhas confeccionadas pelos alunos.

Vamos investigar o que acontece na prática?

PARA REALIZAR A ATIVIDADE VOCÊ PRECISA DE ALGUNS MATERIAIS


1	2	3	4	5
6	7	8	9	0
÷	x	-	+	=
				?

Fichinhas com números, sinais de adição, subtração, multiplicação, divisão, igualdade e valor desconhecido (ficha em branco)

2 + 4 = 5 + 1

Agora, utilizando as fichinhas, imagine que o sinal de igualdade separa os dois pratos da balança. Explore o que acontece quando somamos, subtraímos, dividimos ou multiplicamos um dos lados por um número natural. Registre suas observações!

!



Agora que os alunos já debateram o assunto e têm um material concreto em mãos, é o momento de organizar as ideias e registrar as observações.

Neste momento, os alunos investigarão o que acontece com as igualdades utilizando as fichinhas. A professora relembra a todo o tempo o que foi aprendido com a balança e orienta os alunos que o sinal de igualdade simula a separação entre os dois pratos da balança. É um momento para explorar diferentes possibilidades envolvendo igualdades com a utilização de um material manipulável, como as fichinhas. É interessante confeccionar, com papelão ou outro material, algo para simular os pratos da balança, permitindo aos alunos uma melhor visualização ao utilizarem com as fichinhas.

A professora dá uma ajudinha nas observações e auxilia na construção do conhecimento sobre as igualdades realizando alguns questionamento com situações fictícias ou de alunos que já realizaram esta atividade em um outro momento. Ela utiliza alguns nomes fictícios para simular as situações.



Observe a imagem

Amanda fez experimentações com a igualdade: $4 + 2 = 1 + 5$ e realizou algumas descobertas

ELA MULTIPLICOU APENAS OS NÚMEROS 4 E 5 POR 2

$$\overset{\times 2}{\curvearrowright} 4 + 2 = 5 + 1 \overset{\times 2}{\curvearrowright}$$

$$8 + 2 = 10 + 1$$

REPARE QUE A IGUALDADE ESTÁ INCORRETA. DE UM LADO ENCONTRAMOS 10, AO SOMAR $8 + 2$ E DO OUTRO ENCONTRAMOS 11, AO SOMAR $10 + 1$

Lembre-se: ao realizar uma multiplicação estamos na verdade somando tantas vezes o mesmo valor. Então, o que Amanda fez foi somar 4 unidades de um lado e 5 unidades do outro.

Você consegue descobrir o porquê do resultado ter saído errado? O que pode ser feito para que o resultado fique correto?

Explore mais algumas possibilidades como Amanda fez e troque ideias com seus colegas sobre o que descobriram.



A professora expõe alguns outros exemplos para estimular a exploração da situação.

Na equivalência: $3 + 5 = 1 + 7$, se eu multiplicar apenas o 7 por 2, o que posso fazer para que ela volte ao equilíbrio? Neste caso não dará certo multiplicar um dos números do outro lado por 2 também.

A professora fornece um tempo para que os alunos debatam entre si, buscando entendimento da situação.

Por que será que não funciona?

Quando parece funcionar?

O que estamos fazendo de diferente quando funciona e quando não funciona?

Ela aproveita para explorar a ideia da multiplicação como adição de iguais parcelas: quando multiplico só o 7 por 2 é como se, na verdade, eu estivesse somando 7 apenas de um lado?

E se eu multiplicar o número 1 por 2 também? O equilíbrio se manteria se eu multiplicasse todos os números?

As explorações continuam até que os alunos concluam suas descobertas e as debatam com os amigos.

Em seguida, a professora propõe que os alunos realizem a multiplicação de ambos os membros por 2 com o desafio: como escrever para garantir que continue em equilíbrio? A ideia nesta atividade é incentivar o uso dos parênteses.

A professora aproveita as situações oportunas para falar sobre as desigualdades e, até mesmo, apresentar os sinais $<$ e $>$. Mesmo que seu uso não esteja previsto e que não precise ser avaliado, há situações que rendem tão boas discussões que não devem ser desperdiçados.

Como você aplicaria esta atividade? Você modificaria a atividade de que forma se fosse aplicá-la? Explique.

Sua resposta



Em uma outra aula, a professora retoma a atividade com as fichinhas

Desta vez, a professora utilizará todos os conceitos aprendidos para explorar a ideia do valor desconhecido. Ela propõe que os alunos incluam um valor desconhecido em suas igualdades.

Ao final desta atividade é interessante que os alunos percebam a igualdade como um instrumento utilizado para solucionar problemas, lançando mão das técnicas e propriedades aprendidas nas aulas investigativas.

Inicialmente, a professora sugere uma igualdade simples para que seja de mais fácil entendimento. Ela destaca que para descobrir o valor desconhecido ele deverá ficar sozinho em um dos lados da igualdade.

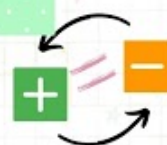


Veja a imagem

**AGORA VAMOS ENCONTRAR VALORES
DESCONHECIDOS EM EQUIVALÊNCIAS
UTILIZANDO AS FICHINHAS**

**FORMAMOS UMA EQUIVALÊNCIA COM AS FICHAS
MAS HÁ UM DESCONHECIDO ENTRE NÓS
PARA DESCOBRIR QUEM ELE É
DEVEMOS DEIXÁ-LO A SÓS**

$$\begin{array}{l} 2 + ? = 5 \\ 2 + ? - 2 = 5 - 2 \\ ? = 5 - 2 \\ ? = 3 \end{array}$$



**NA EQUIVALÊNCIA ACIMA, O PONTO DE
INTERROGAÇÃO ESTÁ REPRESENTANDO UM
NÚMERO DESCONHECIDO. REPREARE QUE, AO FINAL,
CONSEGUIMOS DESCOBRIR O VALOR PROCURADO.**



É hora de explorar

Esse é o momento de explorar diferentes igualdades com valores desconhecidos utilizando fichinhas. A professora separa a turma em grupos e fornece algumas igualdades para que eles encontrem os valores desconhecidos.

Depois de muita investigação sobre os valores desconhecidos, ela fornece um momento para os alunos refletirem sobre as possíveis formas de realizarem os registros, possibilitando que os grupos compartilhem com a turma a maneira que eles escolheram registrar suas descobertas e os motivos que levaram a tal escolha. É importante que tudo seja registrado pelos alunos em seus cadernos para que, depois, eles possam rever suas anotações.

De que outras maneiras podemos trabalhar com os alunos a descoberta do valor desconhecido com compreensão? Que outros significados eles podem apresentar para o problema? *

Sua resposta

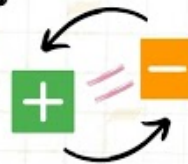
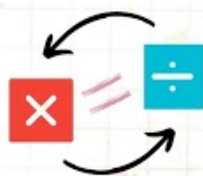


Em seguida, a professora utiliza mais algumas situações fictícias para prosseguir com as investigações.

VEJA AS ANOTAÇÕES DAS DESCOBERTAS DO LUCCA UTILIZANDO AS FICHINHAS

MONTEI UMA EQUIVALÊNCIA
 $3+5 = 2+6$
VERIFIQUEI SE ELA É VERDADEIRA
 $8=8$
ADICIONEI 2 DE UM LADO E
PRECISEI ADICIONAR DO OUTRO
TAMBÉM PARA A EQUIVALÊNCIA
CONTINUAR VERDADEIRA
 $8+2=8+2$

UTILIZEI A MESMA EQUIVALÊNCIA
 $3+5 = 2+6$
SUBTRAÍ 5 DOS DOIS LADOS PARA
TENTAR SUMIR COM O 5 DO LADO
ESQUERDO
 $3+5-5 = 2+6-5$
RESOLVI O 5-5.
PARECE QUE O 5 SAIU DO LADO
ESQUERDO E REAPARECEU DO
LADO DIREITO COM A OPERÇÃO
INVERSA
 $3 = 2+6-5$



Será que a descoberta do Lucca é sempre válida?
Será que essa "Mágica" do número reaparecer do outro lado com a operação inversa funciona sempre?



O que está por trás da descoberta do Lucca? Supondo que você seja a professora da situação acima, como você continuaria a aula após a descoberta do Lucca?

Sua resposta

A professora fornece um espaço para que os alunos explorem a ideia utilizada por Lucca com as fichinhas

Os alunos exploram algumas igualdades, observando a ideia do Lucca. Eles registram suas observações com palavras, números, desenhos... cada um do seu jeito. Em seguida, compartilham com a turma.

Após a prática a professora propõe uma última situação, caso nenhum aluno tenha levantado este questionamento antes. O que devemos fazer quando o valor desconhecido está sendo subtraído?

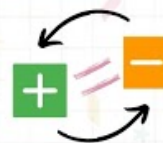
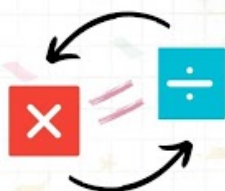


A imagem abaixo ilustra a situação

**OBSERVE A DESCOBERTA QUE PAULINHO FEZ
AO ENCONTRAR VALORES DESCONHECIDOS
UTILIZANDO A MÁGICA DE LUCCA COM AS
OPERAÇÕES INVERSAS**

$$\begin{array}{r} 8 - ? = 3 \\ 8 = 3 + ? \\ 8 - 3 = ? \\ 5 = ? \end{array}$$

**PAULINHO PERCEBEU QUE QUANDO O VALOR
DESCONHECIDO ESTAVA SUBTRAINDO NÃO DAVA
CERTO DEIXÁ-LO SOZINHO DO LADO ESQUERDO. ENTÃO
SOLUCIONOU O PROBLEMA MUDANDO ELE DE LADO**



**O QUE VOCÊ ACHOU DA SOLUÇÃO DO PAULINHO?
COMO VOCÊ RESOLVERIA ESTA SITUAÇÃO?
NÃO ESQUEÇA DE REGISTRAR TODAS AS SUAS
DESCOBERTAS E MOSTRÁ-LAS PARA SEUS AMIGOS!**



A professora propõe mais um momento de discussão de ideias antes de finalizar

Os alunos expõem suas observações diante da descoberta realizada por Paulinho, descrita na imagem acima, e organizam ideias para solucionar a situação. A professora analisa cuidadosamente as possibilidades, direcionando aquelas que apresentam alguma falha e não podem ser utilizadas.

Ao final, a professora propõe que cada aluno escolha uma equivalência que contenha um valor desconhecido e sua resolução para registrar em folha separada. As atividades ficarão expostas em um mural na sala de aula.

Quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? De que outra maneira você trabalharia este conteúdo com seus alunos? *

Sua resposta

Essa é a hora que o aluno se pergunta: mas, para que estou estudando tudo isso?

A álgebra apresenta mecanismos que facilitam a resolução de problemas complexos. O domínio das propriedades da equivalência quando utilizados para encontrar valores desconhecidos oferecem ao aluno uma ferramenta prática para obtenção desses resultados.

A professora propõe que os alunos organizem equivalências, como as aprendidas nas atividades anteriores, com os dados obtidos em probleminhas para que possam, assim, solucioná-los.



Veja a ilustração da proposta

VAMOS UTILIZAR O QUE APRENDEMOS PARA CRIAR E RESOLVER PROBLEMAS

OLHE O PROBLEMA QUE LARA CRIOU E RESOLVEU COM AUXÍLIO DAS FICHAS:

COMPREI UM SALGADO E UM SUCO COM UMA NOTA DE 20 REAIS. SABENDO-SE QUE O SUCO CUSTOU 5 REAIS E QUE RECEBI 8 REAIS DE TROCO, QUANTO CUSTOU O SALGADO?

$$? + 5 = 20 - 8$$

$$? + 5 = 12$$

$$? = 12 - 5$$

$$? = 7$$

RESPOSTA:
O SALGADO CUSTOU 7 REAIS

DESAFIO:
COMPREI ALGUNS BISCOITOS QUE CUSTAM 3 REAIS E UM SUCO QUE CUSTA 7 REAIS. O TOTAL DA COMPRA FOI 22 REAIS. QUANTOS BISCOITOS EU COMPREI?

DE QUE OUTRA MANEIRA VOCÊ PODERIA RESOLVER ESTE PROBLEMA UTILIZANDO AS FICHAS?

AGORA É A SUA VEZ!

CRIE SITUAÇÕES UTILIZANDO EQUIVALÊNCIAS E RESOLVA-OS COM AUXÍLIO DAS FICHINHAS.

SERÁ QUE PODEMOS RESOLVER PROBLEMINHAS QUE VIMOS NO INÍCIO DO ANO OU EM OUTROS ANOS UTILIZANDO AS FICHINHAS?



A professora estimula que os alunos utilizem a ideia de equivalência como ferramenta na resolução de problemas

Os alunos buscam situações e exercícios que já tenham sido resolvidos utilizando outros métodos e aplicam a resolução utilizando as fichinhas. A professora propõe novos problemas e permite que os alunos criem outras situações também. Nesse momento, os alunos terão a oportunidade de perceber e exercitar as propriedades da igualdade na resolução de problemas.

Como você trabalharia com os alunos a resolução de problemas utilizando equivalências? Quais as possíveis dificuldades os alunos poderiam apresentar? Como você auxiliaria os alunos em suas dificuldades? *

Sua resposta

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



reCAPTCHA
[Privacidade](#)[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários





5° ano - Parte 2

No quinto ano do Ensino Fundamental, a BNCC propõe dois objetos de conhecimento que envolvem a ideia de equivalência e propriedades da igualdade, além de problemas relacionados à proporcionalidade.

O primeiro objeto de conhecimento traz duas habilidades que apontam para as propriedades da igualdade, a construção da ideia de equivalência e a descoberta do termo desconhecido.

O segundo objeto de conhecimento, com suas respectivas habilidades, propõe o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, envolvendo grandezas diretamente proporcionais e a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais.

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Segundo objeto de conhecimento: grandezas diretamente proporcionais e problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais

Habilidades correspondentes:

(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.



(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com

seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e deias com o todo.

O segundo objeto de conhecimento do quinto ano explora a ideia de proporcionalidade

A professora utiliza a brincadeira "Macaco de Imitação" para explorar a ideia de grandezas diretamente proporcionais.

Ela esclarece a definição de grandeza, explicando que tudo que pode ser contado ou medido é uma grandeza. Cita alguns exemplos como idade, altura, peso, valores em reais, quantidade de cadeiras em uma sala, de xícaras em uma mesa, de alunos em uma turma...

Inicialmente ela apresenta a ideia de proporcionalidade utilizando uma receita de bolo.



Observe a imagem

MAEAO DE IMITAÇÃO!

O QUE UM FAZ O OUTRO IMITA

Grandeza é tudo que pode ser contado e medido

Em muitos problemas encontramos grandezas que brincam de imitar as outras nas operações de multiplicação e divisão. Quando uma triplica seu valor a outra triplica também. Se uma dobra sua quantidade a outra dobra também.

Veja a receita de um bolo de chocolate:
3 copos de trigo
2 copos de açúcar
1 copo de chocolate em pó
1 copo de óleo
3 ovos
1 copo de água quente
1 colher de fermento

Se usarmos 6 copos de trigo, quanto precisaremos dos outros ingredientes?

Quando duplicamos a quantidade de trigo precisamos duplicar a quantidade de todos os outros ingredientes

Multiplicação & Divisão



A professora fornece outros exemplos de grandezas diretamente proporcionais

- Um carro consome 1 litro de gasolina a cada 12 quilômetros, quantos litros gastaria em 24 km?

- Um caderno custa 8 reais, quantos cadernos poderiam ser comprados com 40 reais?

- Uma torneira libera 10 litros de água em 1 minuto, quantos minutos demoraria para encher um balde de 20 litros?

Ela chama atenção para o fato de as grandezas se "imitarem" quando se trata apenas de multiplicação e divisão e mostra para a turma que não dá certo quando utilizamos a adição e a subtração.

Depois a professora realiza uma brincadeira para praticar as operações mentalmente e fixar a aprendizagem.



Veja a brincadeira na imagem

MACACO DE IMITAÇÃO!

O QUE UM FAZ O OUTRO IMITA

Agora vamos brincar de Macaco de imitação?

CADA UM ESCOLHE UM NÚMERO.

O JOGADOR DA VEZ MULTIPLICA O SEU NÚMERO POR OUTRO QUALQUER E DIZ APENAS O RESULTADO.

O OUTRO JOGADOR DEVE ADIVINHAR POR QUANTO ELE MULTIPLICOU E FAZER O MESMO COM O SEU NÚMERO

5

3

20

Hum... ela multiplicou por 4. Então tenho que multiplicar o 3 por 4 também.

12

Porque você multiplicou por 4

Como você aplicaria esta brincadeira com seus alunos? Que possíveis dificuldades eles teriam e como você utilizaria estas dificuldades para enriquecer o conhecimento dos alunos? *


Sua resposta

Depois de realizar a brincadeira e fixar as operações utilizando a ideia de proporcionalidade a professora propõe uma atividade prática


Nesta atividade os alunos utilizam papel e tinta para visualizar a ideia de proporcionalidade.



Veja a preparação para a realização da atividade




TODOS JUNTOS!




SE UM DUPLICA O OUTRO DUPLICA TAMBÉM


Em muitas situações as grandezas imitam as outras quando são multiplicadas ou divididas por algum valor. Vamos fazer uma atividade bem legal para ilustrar o que acontece.




Para realizar a atividade vamos precisar de uma folha



E algumas cores de tinta.




Divida a folha em colunas



Dobre nas marcações e reabra a folha

Selecione algumas situações onde as grandezas se imitem para realizar a atividade



A professora faz com que os alunos investiguem o que acontece em situações envolvendo proporcionalidade

Nessa atividade, a professora propõe que os alunos testem situações onde não há uma pergunta e uma resposta. A ideia é que, inicialmente, os alunos observem e explorem livremente as possibilidades e troquem descobertas com seus amigos.

Depois de um momento de investigação livre a professora estimula com alguns questionamentos: quantas canecas seriam necessárias para encher 3 baldes? E quanto tempo levaria?



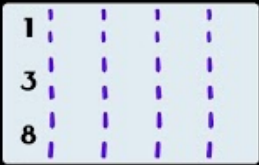
Veja a atividade na imagem

TODOS JUNTOS!

SE UM DUPLICA O OUTRO DUPLICA TAMBÉM


Vamos utilizar a situação dos baldes para realizar a atividade

PARA ENCHER 1 BALDE EU DEMORO 3 MINUTOS E PRECISO DE 8 CANECAS DE ÁGUA




1
3
8

Coloque as grandezas da situação na primeira coluna da folha.




1
3
8

Coloque tintas de cores diferentes em cada um dos números

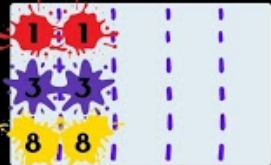


Dobre a folha como na figura acima



1
3
8

Reabra a folha



1 1
3 3
8 8

Coloque os valores correspondentes

Quanto tempo demoro para encher 2 baldes?
E, neste caso, quantas canecas utilizo?

Observe que os valores foram todos duplicados. Para observar o que aconteceria se fossem triplicados dobre novamente a folha de modo que a tinta preencha a terceira coluna

De que outras maneiras você trabalharia com proporcionalidade com seus alunos? *

Sua resposta

A professora fornece mais algumas situações envolvendo grandezas proporcionais para que os alunos explorem utilizando folhas e tintas

Depois de trabalhar com atividades envolvendo grandezas diretamente proporcionais é hora de resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, como propõe a segunda habilidade de BNCC.

A professora promove um experimento utilizando caixa de ovo que envolve a partilha em mais de duas partes desiguais, mas o mesmo pode ser feito mais duas partes também. Fazer com que os alunos compreendam com mais de duas partes tornará mais simples ainda quando forem apenas duas.

Antes de realizar a atividade a professora expõe uma situação-problema.

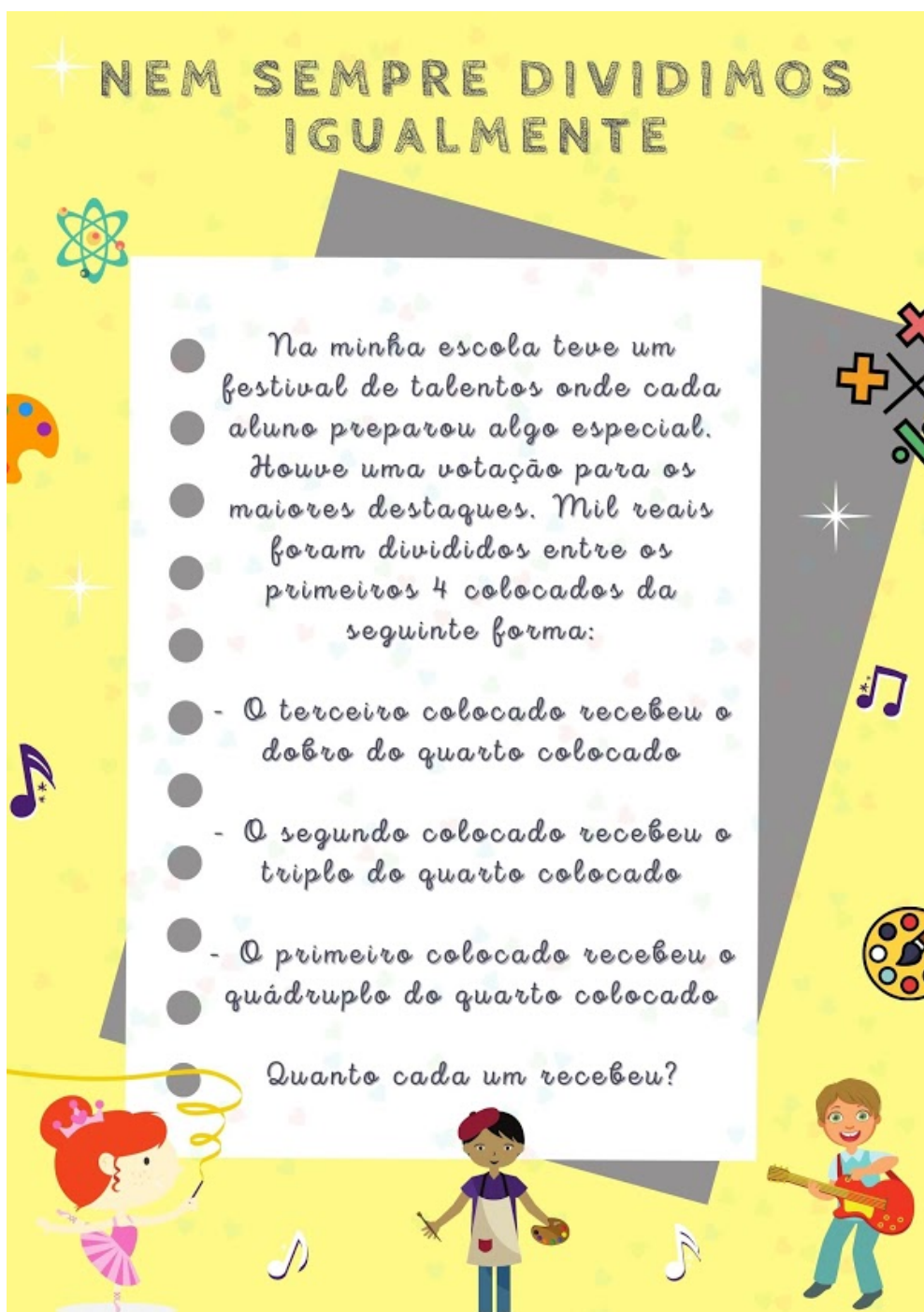


Observe a imagem

NEM SEMPRE DIVIDIMOS IGUALMENTE

- Na minha escola teve um festival de talentos onde cada aluno preparou algo especial. Houve uma votação para os maiores destaques. Mil reais foram divididos entre os primeiros 4 colocados da seguinte forma:
- - O terceiro colocado recebeu o dobro do quarto colocado
- - O segundo colocado recebeu o triplo do quarto colocado
- - O primeiro colocado recebeu o quádruplo do quarto colocado

Quanto cada um recebeu?



A professora divide a turma em grupos e fornece um momento para que os alunos reflitam sobre a situação e tentem solucioná-la.

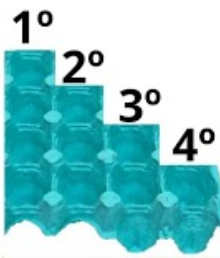
A professora fornece essa situação antes de mostrar aos alunos como é possível resolver problemas envolvendo partilhas desiguais. Os alunos sentem dificuldade com esse problemas, mas a professora não espera que consigam resolver. O objetivo é desafiá-los e forçá-los a pensar e analisar possibilidades.

Após os alunos pensarem sobre o problema, a professora utiliza uma caixa de ovo e feijões para que os alunos consigam visualizar concretamente a situação.



Veja a imagem

LUIZA UTILIZOU UMA CAIXA DE OVO PARA REPRESENTAR A SITUAÇÃO. ELA UTILIZOU FEIJÕES PARA REPRESENTAR O DINHEIRO A SER DISTRIBUÍDO.



DESTA FORMA ELA DESCOBRIU QUE PRECISARIA DIVIDIR O VALOR TOTAL DO PRÊMIO EM 10 PARTES IGUAIS E DEPOIS DISTRIBUIR AS PARTES ASSIM:

4 PARTES PARA O 1° COLOCADO
3 PARTES PARA O 2° COLOCADO
2 PARTES PARA O 3° COLOCADO
E 1 PARTE PARA O 4° COLOCADO

VOCÊ CONSEGUE CRIAR UMA REGRA PARA FACILITAR A RESOLUÇÃO DESTA SITUAÇÃO?



JOÃO E DANILO TÊM JUNTOS 24 FIGURINHAS. SABENDO QUE JOÃO TEM O DOBRO DE FIGURINHAS DO DANILO, ENTÃO QUANTAS FIGURINHAS TEM CADA UM?

EM QUAIS OUTRAS SITUAÇÕES PODEMOS REALIZAR DIVISÕES EM PARTES DESIGUAIS? VAMOS UTILIZAR CAIXA DE OVO PARA RESOLVE-LOS?

A professora, então, propõe outras situações para que os alunos solucionem com auxílio da caixa de ovo.

É importante que os alunos experimentem com auxílio do material concreto que permita visualizar cada situação. A professora incrementa a atividade utilizando brincadeiras com grupos que envolvam competição ou não.

Como você aplicaria e incrementaria esta atividade? E quais as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos? *

Sua resposta

Chegamos ao final das nossas atividades.

Espero que essas sugestões permitam o enriquecimento de suas aulas. Gostaria de aqui ressaltar, mais uma vez, a importância das atividades investigativas com muita troca entre os alunos e evolução em seus registros. Nas primeiras atividades, os alunos podem ficar tímidos e com muita dificuldade e resistência na hora de realizar as anotações. Precisamos ser pacientes e persistentes. O desenvolvimento das capacidades cognitivas é um processo e, com calma, atingiremos nossos objetivos! Agora é a hora de colocar em prática! Utilize suas novas ideias e enriqueça suas aulas!

Uma cópia das suas respostas será enviada para o endereço de e-mail fornecido

Página 1 de 1

Enviar

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.



reCAPTCHA
[Privacidade](#)
[Termos](#)

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

